

ΟΙ ΒΑΣΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

1.1 Μονάδες και σύμβολα φυσικών μεγεθών

Πριν προχωρήσουμε στη μελέτη των βασικών νόμων του ηλεκτροστατικού πεδίου κρίνουμε σκόπιμο να κάνουμε μια σύντομη αναφορά στους συμβολισμούς και τα *συστήματα μονάδων* που θα χρησιμοποιηθούν σ' όλη, σχεδόν, την έκταση του παρόντος βιβλίου.

Ως γνωστόν, για τον ποσοτικό προσδιορισμό των διαφόρων φυσικών μεγεθών απαιτείται να οριστούν οι *μονάδες* των αντίστοιχων μεγεθών.

Η αναγραφή του *συμβόλου* ενός φυσικού μεγέθους εκφράζει, εξ' ορισμού, το γινόμενο της αριθμητικής του τιμής, δηλαδή του μέτρου του, και της αντίστοιχης μονάδας.

Αν και οι μονάδες μέτρησης όλων των φυσικών μεγεθών μπορούν να εκλεγούν ελεύθερα, εντούτοις, για την απλούστερη διατύπωση των μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν τους διάφορους φυσικούς νόμους, είναι σκόπιμο να χρησιμοποιούνται συγκεκριμένες μονάδες στις οποίες θα εκφράζονται τόσο τα γνωστά όσο και τα ζητούμενα μεγέθη. Έτσι, και επειδή τα διάφορα φυσικά μεγέθη συνδέονται μεταξύ τους με μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν φυσικούς νόμους ή φαινόμενα, κρίνεται απαραίτητη η υιοθέτηση ενός ενιαίου συστήματος μονάδων που θα χρησιμοποιεί τον ελάχιστο δυνατό αριθμό βασικών μεγεθών αναφοράς.

Οι μονάδες αυτές των μεγεθών αναφοράς ονομάζονται *βασικές ή θεμελιώδεις*, ενώ οι μονάδες των υπόλοιπων φυσικών μεγεθών, που προκύπτουν από τις βασικές μονάδες, ονομάζονται *παράγωγες ή δευτερεύουσες*.

Στη μηχανική, ως γνωστόν, το απλούστερο αλλά και συγχρόνως το πλέον εύχρηστο σύστημα αναφοράς είναι το “τριαδικό” σύστημα που χρησιμοποιεί ως βασικά μεγέθη ή διαστάσεις το *μήκος* (L), τη *μάζα* (M) και το *χρόνο* (T). Όλα τα άλλα μεγέθη της μηχανικής προκύπτουν από τα πιο πάνω τρία. Έτσι, για παράδειγμα, η επιφάνεια S εκφράζεται ως $[S] = (\text{μήκος})^2$ (ή $[S] = L^2$) και η δύναμη F ως $[F] = (\text{μήκος}) \times (\text{μάζα}) \times (\text{χρόνος})^{-2}$ (ή $[F] = LMT^{-2}$).

Κρίνουμε σκόπιμο στο σημείο αυτό να υπενθυμίσουμε τη βασική αρχή της διαστασιακής ανάλυσης, σύμφωνα με την οποία σε οποιαδήποτε μαθηματική εξίσωση, που περιγράφει κάποιο φυσικό νόμο ή φαινόμενο, πρέπει να υπάρξει ταυτότητα διαστάσεων στα δύο μέλη.

Το πιο πάνω σύστημα αναφοράς, όμως, δεν επαρκεί για την ακριβή περιγραφή και των μεγεθών του ηλεκτρομαγνητισμού. Για τη δημιουργία ενός πλήρους συστήματος, που να μπορεί να συμπεριλάβει και όλα τα ηλεκτρικά και μαγνητικά μεγέθη, απαιτείται η επέκταση του πιο πάνω τριαδικού συστήματος σ' ένα “τετραδικό” σύστημα, που θα έχει ως τέταρτο βασικό μέγεθος (ή τέταρτη διάσταση) ένα καθαρά ηλεκτρικό (ή μαγνητικό) μέγεθος όπως π.χ. το ηλεκτρικό ρεύμα ή το ηλεκτρικό φορτίο. Στην περίπτωση όπου ως τέταρτο βασικό (θεμελιώδες) μέγεθος επιλέγεται το ηλεκτρικό ρεύμα (ή το ηλεκτρικό φορτίο), χρησιμοποιείται αντίστοιχα προς τα διαστασιακά σύμβολα L , M , T το σύμβολο I (ή Q). Έτσι, όλα τα μεγέθη του ηλεκτρομαγνητισμού μπορούν να προκύψουν από τα πιο πάνω τέσσερα θεμελιώδη μεγέθη και να αναλυθούν στις τέσσερις βασικές διαστάσεις L , M , T , I .

Μέχρι σήμερα έχουν, κατά καιρούς, προταθεί διάφορα συστήματα μονάδων. Οι απαιτήσεις, όμως, και οι ανάγκες της σύγχρονης επιστήμης και τεχνολογίας επέβαλαν την αποκλειστική σχεδόν χρησιμοποίηση δύο μόνο συστημάτων: του συστήματος μονάδων CGS (ή συστήματος μονάδων Gauss) και του κανονικοποιημένου συστήματος μονάδων MKSA (ή Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI)).

Το σύστημα CGS, που το όνομά του προέρχεται από τα αρχικά των βασικών μονάδων Centimeter (εκατοστόμετρο μήκους), Gram (γραμμάριο μάζας) και Second (δευτερόλεπτο χρόνου), είναι το αρχαιότερο, και – έστω περιορισμένα – χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα, στην κλασική κυρίως φυσική.

Το σύστημα MKSA που έλαβε το όνομά του από τα αρχικά των βασικών μονάδων Meter (μέτρο μήκους), Kilogram (χιλιόγραμμα μάζας), Second (δευτερόλεπτο χρόνου) και Ampère (Αμπέρ ηλεκτρικού ρεύματος), έχει προταθεί από το 1948 και χρησιμοποιείται ευρύτατα στην εφαρμοσμένη φυσική και, σχεδόν κατ' αποκλειστικότητα, στον εφαρμοσμένο ηλεκτρομαγνητισμό.

Επειδή το σύστημα αυτό υιοθετείται και στο παρόν βιβλίο, κρίνουμε σκόπιμο να προτάξουμε στην παράγραφο αυτή τις μονάδες των κυριότερων μεγεθών που χρησιμοποιούνται στον ηλεκτρομαγνητισμό. Η προέλευση των μονάδων των μεγεθών αυτών και η φυσική τους σημασία αναλύεται με λεπτομέρεια στα οικεία κεφάλαια.

Αρχικά δίνουμε τις μονάδες, στο σύστημα MKSA, των παρακάτω τριών βασικών μεγεθών της μηχανικής που χρησιμοποιούνται ευρύτατα και στα προβλήματα του ηλεκτρομαγνητισμού:

- **Δύναμη F .** Η μονάδα Newton (N) της δύναμης ορίζεται ως η δύναμη

που απαιτείται για να προσδώσει επιτάχυνση 1 m/s^2 σε μια μάζα 1 Kg

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{Kg m}}{\text{s}^2} \quad (1.1)$$

• **Έργο-Ενέργεια W .** Μονάδα έργου (ή ενέργειας) είναι το Joule (J), που ορίζεται ως το έργο μιας δύναμης 1 N κατά την παράλληλη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της σε απόσταση 1 m

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{s}^2} \quad (1.2)$$

• **Ισχύς P .** Η μονάδα Watt (W) της ισχύος ορίζεται ως η ισχύς που αντιστοιχίζεται στην παραγωγή έργου 1 J σε χρονικό διάστημα 1 s , δηλαδή

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{s}^3} \quad (1.3)$$

Στη συνέχεια, δίνουμε τις μονάδες μερικών χαρακτηριστικών μεγεθών του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και τις αντίστοιχες σχέσεις ορισμού από τις οποίες προκύπτουν:

• **Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος I .** Η βασική (θεμελιώδης) μονάδα της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος, το Ampère (A), ορίζεται ως η ένταση ενός συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος που, όταν διαρρέει δύο ευθύγραμμους, παράλληλους, άπειρου μήκους αγωγούς που βρίσκονται σε απόσταση 1 m μέσα στον κενό χώρο, προκαλεί την ανάπτυξη μιας δύναμης μεταξύ των αγωγών ίσης προς $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ ανά μέτρο μήκους των αγωγών.

• **Ηλεκτρικό φορτίο Q .** Μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου είναι το Coulomb (C) και ορίζεται ως η ποσότητα του ηλεκτρισμού (φορτίου) που διέρχεται σε 1 s από οποιαδήποτε διατομή αγωγού όταν διαρρέεται από συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα έντασης 1 A . Έχουμε, δηλαδή

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As} \quad (1.4)$$

• **Ηλεκτρική τάση U .** Η μονάδα Volt (V) της ηλεκτρικής τάσης ορίζεται ως η τάση που υπάρχει ανάμεσα σε δύο σημεία, όταν κατά τη ροή ενός συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος έντασης 1 A , από το ένα σημείο στο άλλο, καταναλίσκεται ισχύς ίση προς 1 W . Επίσης, το Volt μπορεί να οριστεί και ως η τάση μεταξύ δύο σημείων, όταν για τη μεταφορά φορτίου 1 C από το ένα σημείο στο άλλο, απαιτείται καταβλή έργο ίσου προς 1 J . Έχουμε, συνεπώς,

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{W}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{As}^3} \quad (1.5)$$

Όπως θα δούμε αργότερα, την ίδια μονάδα χρησιμοποιούμε και για τη μέτρηση του βαθμωτού **ηλεκτρικού δυναμικού** ϕ .

- **Ηλεκτρική πεδιακή ένταση E .** Η μονάδα της ηλεκτρικής πεδιακής έντασης ορίζεται ως η ένταση ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που εκτείνεται στο κενό και που εμφανίζει πτώση τάσης 1 V σε απόσταση 1 m κατά μήκος οποιασδήποτε δυναμικής γραμμής. Επίσης, η μονάδα της ηλεκτρικής πεδιακής έντασης μπορεί να οριστεί και ως η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που ασκεί δύναμη 1 N σε σημειακό φορτίο 1 C. Ισχύει, δηλαδή, σύμφωνα με τα παραπάνω, η

$$1 \text{ μονάδα } E = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Kg m}}{\text{As}^3} \quad (1.6)$$

- **Διηλεκτρική μετατόπιση D .** Η μονάδα της διηλεκτρικής μετατόπισης ορίζεται ως η διηλεκτρική μετατόπιση που δημιουργείται στον χώρο μεταξύ των πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή, όταν οι πλάκες του εκτείνονται μέχρι το άπειρο και είναι ομοιόμορφα φορτισμένες με φορτίο 1 C ανά m^2 επιφάνειας:

$$1 \text{ μονάδα } D = 1 \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{As}}{\text{m}^2} \quad (1.7)$$

- **Χωρητικότητα C .** Μονάδα της χωρητικότητας είναι το Farad (F) και ορίζεται ως η χωρητικότητα ενός πυκνωτή στους σπλισμούς του οποίου εμφανίζεται φορτίο 1 C όταν επιβληθεί σ' αυτούς διαφορά δυναμικού 1 V:

$$1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1 \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{Kg m}^2} \quad (1.8)$$

- **Ηλεκτρική αντίσταση R .** Η μονάδα Ohm (Ω) της αντίστασης ορίζεται ως η αντίσταση ενός αγωγού που διαρρέεται από συνεχές ρεύμα έντασης 1 A όταν στα άκρα του εφαρμόζεται συνεχής τάση 1 V:

$$1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{W}}{\text{A}^2} = 1 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^3} \quad (1.9)$$

- **Ηλεκτρική αγωγιμότητα G .** Μονάδα της αγωγιμότητας G που ορίζεται από τη σχέση $G = 1/R$, είναι το Siemens (ή mho ή S):

$$1 \text{ S} \equiv 1 \text{ S} \equiv 1 \text{ mho} \equiv \frac{1}{\Omega} = 1 \frac{\text{A}}{\text{V}} = 1 \frac{\text{A}^2}{\text{W}} = 1 \frac{\text{A}^2 \text{s}^3}{\text{Kg m}^2} \quad (1.10)$$

- **Ειδική αντίσταση ρ .** Η μονάδα της ειδικής αντίστασης ρ προκύπτει από τη σχέση $R = \rho \ell / S$ που δίνει την ωμική αντίσταση ενός αγωγού μήκους ℓ και διατομής S , δηλαδή

$$1 \text{ μονάδα } \rho = 1 \Omega \text{ m} = 1 \frac{\text{Vm}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{Wm}}{\text{A}^2} = 1 \frac{\text{Kg m}^3}{\text{A}^2 \text{s}^3} \quad (1.11)$$

• **Ειδική αγωγιμότητα σ .** Η ειδική αγωγιμότητα σ είναι το αντίστροφο μέγεθος της ειδικής αντίστασης ρ , συνεπώς,

$$1 \text{ μονάδα } \sigma = \frac{1}{\Omega\text{m}} = 1 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} = 1 \frac{\text{A}^2}{\text{Wm}} = 1 \frac{\text{A}^2\text{s}^3}{\text{Kg m}^3} \quad (1.12)$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

Όπως φαίνεται από τις πιο πάνω σχέσεις και ειδικότερα από τις (1.3) και (1.5), οι μονάδες W της ισχύος και J του έργου (ή της ενέργειας) εκφράζονται, συναρτήσει ηλεκτρικών μεγεθών, και από τις σχέσεις

$$1 \text{ W} = 1 \text{ VA} \quad (1.13)$$

και

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ VAs}, \quad (1.14)$$

που, εκτός από τον χρόνο, περιέχουν μονάδες μόνον ηλεκτρικών μεγεθών.

• **Διηλεκτρική σταθερά ϵ .** Σ' ένα ομογενές, γραμμικό και ισότροπο μέσο η διηλεκτρική μετατόπιση \mathbf{D} και η ηλεκτρική πεδιακή ένταση \mathbf{E} συνδέονται με τη σχέση $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$, όπου η σταθερά ϵ εκφράζει τη διηλεκτρική σταθερά του μέσου. Έτσι, με βάση τις (1.6), (1.7) και (1.8) έχουμε

$$1 \text{ μονάδα } \epsilon = 1 \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = 1 \frac{\text{F}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{A}^2\text{s}^4}{\text{Kg m}^3} \quad (1.15)$$

Η τιμή της διηλεκτρικής σταθεράς στο κενό είναι

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \simeq \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad (1.16)$$

• **Μαγνητική ροή Φ .** Όπως θα δούμε αργότερα, η τάση U που αναπτύσσεται εξ επαγωγής στους ακροδέκτες ενός συρμάτινου βρόχου δίνεται, σύμφωνα με τον νόμο του Faraday, από την

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.17)$$

όπου στη διαφορική χρονική μεταβολή dt αντιστοιχεί η διαφορική μεταβολή $d\Phi$ της μαγνητικής ροής Φ που διέρχεται από οποιαδήποτε επιφάνεια που περατώνεται στον βρόχο. Η μονάδα της μαγνητικής ροής ορίζεται από την (1.17) και ονομάζεται Weber (Wb). Με βάση, λοιπόν, τις (1.17) και (1.5) έχουμε

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs} = 1 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{As}^2} \quad (1.18)$$

• **Μαγνητική επαγωγή B .** Μονάδα της μαγνητικής επαγωγής είναι το Tesla (T), που ορίζεται ως η μαγνητική επαγωγή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου που εμφανίζει ροή 1 Wb σε 1 m² επιφάνειας, τοποθετημένης κάθετα προς τη διεύθυνση των μαγνητικών γραμμών του πεδίου, δηλαδή

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{As}^2} \quad (1.19)$$

• **Μαγνητική πεδιακή ένταση H .** Η μονάδα της μαγνητικής πεδιακής έντασης μπορεί να οριστεί από την

$$I = \oint_c \mathbf{H} \cdot d\ell \quad (1.20)$$

που περιγράφει τον νόμο του Ampère, σύμφωνα με τον οποίο η κυκλοφορία της μαγνητικής πεδιακής έντασης κατά μήκος τυχόντος κλειστού δρόμου c είναι ίση με την ένταση του ρεύματος που εμπλέκει τον δρόμο αυτό. Έχουμε, συνεπώς,

$$1 \text{ μονάδα } \mathbf{H} = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (1.21)$$

Η μονάδα της μαγνητικής πεδιακής έντασης μπορεί, επίσης, να οριστεί και ως η ένταση του μαγνητικού πεδίου στον μεταξύ δύο απέραντων παράλληλων επίπεδων ταινιών χώρο, όταν οι ταινίες διαρρέονται από δύο παράλληλα, ίσα και αντίθετα επιφανειακά ρεύματα πυκνότητας 1 A/m.

• **Αυτεπαγωγή L .** Μονάδα της αυτεπαγωγής είναι το Henry (H), και ορίζεται ως η αυτεπαγωγή ενός βρόχου που όταν διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1 A δημιουργεί σ' αυτό μαγνητική ροή 1 Wb.

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2} \quad (1.22)$$

• **Μαγνητική διαπερατότητα μ .** Σ' ένα ομογενές γραμμικό και ισότροπο μέσο η μαγνητική επαγωγή και η μαγνητική πεδιακή ένταση συνδέονται με τη σχέση $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, όπου μ είναι η μαγνητική διαπερατότητα του μέσου. Η μονάδα της μαγνητικής διαπερατότητας, όπως φαίνεται από τις (1.19), (1.21) και (1.22) είναι, συνεπώς, η

$$1 \text{ μονάδα } \mu = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{H}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{Kg m}}{\text{A}^2 \text{s}^2} \quad (1.23)$$

Η τιμή της μαγνητικής διαπερατότητας στο κενό είναι

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad (1.24)$$

Όπως, εύκολα, μπορούμε να δούμε από τις (1.16) και (1.24), η διηλεκτρική σταθερά ϵ_0 και η μαγνητική διαπερατότητα μ_0 του κενού χώρου σχετίζονται με την ταχύτητα $c = 3 \cdot 10^8$ m/s του φωτός στο κενό με τη σχέση

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (1.25)$$

Η (1.25), πέραν από το ότι σχετίζει δύο θεμελιακά μεγέθη του ηλεκτρισμού και μαγνητισμού, αποτελεί, συγχρόνως, μια πρώτη ένδειξη για τον ηλεκτρομαγνητικό χαρακτήρα της φωτεινής ακτινοβολίας.

1.2 Προθέματα φυσικών μεγεθών

Για λόγους συντομίας, στη γραφή των αριθμητικών τιμών των διαφόρων μεγεθών χρησιμοποιούμε δεκαδικά πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια των αντίστοιχων μονάδων. Τα πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια αυτά δηλώνονται με τη γραφή κατάλληλων προθεμάτων πριν από το σύμβολο της μονάδας. Έτσι, όταν κάποιο πρόθεμα γραφτεί μπροστά από το σύμβολο κάποιας μονάδας, τότε το σύμπλεγμα προθέματος και μονάδας θεωρείται ως νέο σύμβολο.

Στον Πίνακα 1.1 αναγράφονται τα χρησιμοποιούμενα δεκαδικά πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια με τα ονόματα και τον συμβολισμό των αντίστοιχων προθεμάτων, ενώ τα σπανιότερα χρησιμοποιούμενα προθέματα δίνονται σε παρενθέσεις. Κατά τη χρησιμοποίηση προθεμάτων συνιστάται η αποφυγή διπλών προθεμάτων, όταν είναι δυνατή η χρησιμοποίηση ενός μόνον προθέματος.

1.3 Αγωγοί, μονωτικά υλικά, ηλεκτρικές δράσεις

Όπως ήδη αναφέραμε, μια σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δράσεις μεταξύ μαζών της μηχανικής και τις δράσεις μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων είναι ότι, ενώ οι πρώτες είναι πάντοτε ελκτικές, οι δεύτερες εμφανίζονται άλλοτε ελκτικές και άλλοτε απωστικές. Έτσι, για παράδειγμα, ενώ μια γυάλινη ράβδος μετά από τριβή σε μάλλινο ύφασμα έλκει τεμάχιο θείου που έχει προηγουμένως ‘ηλεκτριστεί’ με τριβή σε δέρμα ζώου, η ίδια ράβδος απωθεί τεμάχιο μίκας που έχει προηγουμένως ηλεκτριστεί με τριβή σε μεταξωτό ύφασμα.

Γενικά, κάθε ηλεκτρισμένο σώμα ανήκει σε μια από τις ακόλουθες δύο κατηγορίες: στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα ηλεκτρισμένα σώματα που συμπεριφέρονται όπως η γυάλινη ράβδος, δηλαδή έλκουν το ηλεκτρισμένο θείο και απωθούν την ηλεκτρισμένη μίκας, ενώ στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν τα ηλεκτρισμένα σώματα που εμφανίζουν αντίθετη συμπεριφορά, δηλαδή έλκουν την ηλεκτρισμένη μίκας και απωθούν το ηλεκτρισμένο θείο. Ας σημειωθεί ότι

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1: Προθέματα μονάδων

Παράγοντας πολλαπλασιασμού μονάδας	Πρόθεμα	Συμβολισμός
(10^{18})	(exa)	(E)
(10^{15})	(peta)	(P)
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	K
(10^2)	(hecto)	(h)
(10)	(deka)	(da)
(10^{-1})	(deci)	(d)
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
(10^{-18})	(atto)	(a)

τρίτη κατηγορία δεν υπάρχει, δεν υπάρχουν, δηλαδή ηλεκτρισμένα σώματα που να έλκουν και το θείο και τη μίκα ή να απωθούν και τα δύο.

Οι συστηματικές παρατηρήσεις και η λεπτομερής πειραματική έρευνα των πιο πάνω φαινομένων κατέληξαν στα εξής:

α) Όλα τα ηλεκτρισμένα σώματα της μιας κατηγορίας έλκουν τα ηλεκτρισμένα σώματα της άλλης κατηγορίας, μεταξύ, όμως, των ηλεκτρισμένων σωμάτων της αυτής κατηγορίας ασκούνται μόνον απωστικές δράσεις.

Τα ηλεκτρισμένα σώματα της πρώτης κατηγορίας θεωρούνται – αυθαίρετα και συμβατικά – **θετικά** ηλεκτρισμένα, ενώ τα ηλεκτρισμένα σώματα της δεύτερης κατηγορίας ονομάζονται **αρνητικά** ηλεκτρισμένα.

Εκτός από την τριβή, ηλεκτρίση ενός σώματος μπορεί να παρατηρηθεί και όταν τα μόρια του σώματος πλησιάσουν πάρα πολύ τα μόρια ενός άλλου σώματος. Τότε, ηλεκτρόνια αποσπώνται από τις εξωτερικές στιβάδες των ατόμων του ενός σώματος και προσαρτώνται στα γειτονικά άτομα του άλλου σώματος, όπου παραμένουν και μετά την απομάκρυνση των δύο σωμάτων. Τα σώματα στα οποία παρατηρείται έλλειψη ηλεκτρονίων αντιστοιχίζονται στα σώματα

της πρώτης κατηγορίας (θετικά ηλεκτρισμένα) ενώ τα σώματα στα οποία παρατηρείται περίσσεια ηλεκτρονίων αντιστοιχίζονται στα σώματα της δεύτερης κατηγορίας (αρνητικά ηλεκτρισμένα).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ηλέκτριση μπορεί να παρατηρηθεί και όταν δύο διαφορετικά σώματα πιεστούν ισχυρά μεταξύ τους, ή όταν το ένα από αυτά είναι υγρό και περιβάλλει το δεύτερο.

Το πείραμα απέδειξε, επίσης, ότι το μηχανικό έργο που καταβάλλεται για την τριβή ή την πίεση, μετατρέπεται σε θερμότητα ή σε έργο παραμόρφωσης και, επομένως, δεν σχετίζεται άμεσα με το ηλεκτρικό φαινόμενο.

Είναι φανερό ότι, κατά την ηλέκτριση δύο διαφορετικών σωμάτων με τριβή ή πίεση του ενός πάνω στο άλλο, τα δύο σώματα ηλεκτρίζονται ετερόνυμα, δηλαδή το ένα σώμα εμφανίζεται θετικά και το άλλο αρνητικά ηλεκτρισμένο. Έτσι, για παράδειγμα, κατά την τριβή μιας γυάλινης ράβδου με ένα μάλλινο ύφασμα, η ράβδος ηλεκτρίζεται θετικά και το ύφασμα αρνητικά.

Το είδος της ηλέκτρισης κατά την τριβή (ή την ισχυρή πίεση) διαφόρων σωμάτων μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια της ακόλουθης **τριβηλεκτρικής σειράς του Smith**:

1. Δέρμα κουνελιού (+)
2. Γυαλί
3. Μίκα
4. Μαλλί
5. Δέρμα γάτας
6. Ca - Mg - Pb
7. Μέταξα
8. Al - Mn - Zn
9. Βαμβάκι
10. Ήλεκτρο
11. Ρητίνη
12. Μέταλλα (Cu, Ni, Co, Ag, κλπ.)
13. Καουτσούκ
14. Θείο
15. Μέταλλα (Pt, Au)
16. Κυτταρίνη (-)

Με βάση την παραπάνω τριβηλεκτρική σειρά, προκύπτει ότι κατά την τριβή δύο σωμάτων ηλεκτρίζεται θετικά εκείνο που έχει τον μικρότερο αύξοντα αριθμό. Θα πρέπει, όμως, να αναφερθεί ότι η πιο πάνω κατάταξη ισχύει μόνον κατά προσέγγιση, γιατί το είδος της ηλέκτρισης εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, όπως για παράδειγμα από τη θερμοκρασία, την υγρασία, την προηγούμενη ηλεκτρική κατάσταση των σωμάτων κλπ.

β) Υπάρχουν σώματα, όπως π.χ. τα μέταλλα, στα οποία η ηλεκτρίση δεν εντοπίζεται αποκλειστικά στην περιοχή επαφής, όπου αρχικά εκδηλώνεται, αλλά επεκτείνεται, σχεδόν ακαριαία, σ' ολόκληρη την επιφάνειά τους. Επίσης, τα σώματα αυτά είναι δυνατόν να 'απο-ηλεκτριστούν' ακόμα και με απλή επαφή με άλλα μεταλλικά αντικείμενα. Αντίθετα, υπάρχουν σώματα, όπως π.χ. το γυαλί, στα οποία η ηλεκτρίση παραμένει εντοπισμένη στην περιοχή όπου αρχικά εκδηλώνεται. Τα σώματα αυτά δεν απο-ηλεκτρίζονται όταν έλθουν σε απλή επαφή με άλλα αντικείμενα. Τα σώματα της πρώτης κατηγορίας ονομάζονται **αγώγιμα σώματα** ή **καλοί αγωγοί** ή απλώς **αγωγοί**, ενώ τα σώματα της δεύτερης κατηγορίας ονομάζονται **κακοί αγωγοί** ή **μονωτικά σώματα** ή απλώς **μονωτήρες**. Βέβαια, στη φύση δεν υπάρχουν, ούτε ιδανικοί αγωγοί, ούτε ιδανικά μονωτικά σώματα, ούτε μπορεί να υπάρξει σαφής διάκριση ανάμεσα στις δύο αυτές κατηγορίες.

γ) Ένα ηλεκτρισμένο σώμα είναι είτε θετικά (έλλειψη ηλεκτρονίων), είτε αρνητικά (περίσσεια ηλεκτρονίων) ηλεκτρισμένο. Άλλο είδος ηλεκτρίσης, πέραν από τη θετική και την αρνητική, δεν υπάρχει.

δ) Μεταξύ δύο ηλεκτρισμένων σωμάτων ασκούνται δυνάμεις. Οι δυνάμεις αυτές είναι ελκτικές όταν τα δύο σώματα είναι ετερόνυμα ηλεκτρισμένα, ή απωστικές όταν τα δύο σώματα είναι ομώνυμα ηλεκτρισμένα.

ε) Δυνάμεις δεν ασκούνται μόνο μεταξύ ηλεκτρισμένων σωμάτων αλλά και μεταξύ ενός ηλεκτρισμένου και ενός μη ηλεκτρισμένου σώματος. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται ανάμεσα σε ένα ηλεκτρισμένο και σε ένα αρχικά ουδέτερο σώμα είναι πάντοτε ελκτικές και οφείλονται στην **εξ επαγωγής ηλεκτρίση** του αρχικά μη ηλεκτρισμένου σώματος. Πράγματι, τα ηλεκτρόνια του μη ηλεκτρισμένου σώματος μετακινούνται προς το μέρος του ηλεκτρισμένου σώματος αν αυτό είναι θετικά ηλεκτρισμένο ή προς το αντίθετο μέρος αν αυτό είναι αρνητικά ηλεκτρισμένο. Οι μετακινήσεις αυτές είναι πεπερασμένες αν το αρχικά ουδέτερο σώμα είναι καλός αγωγός ή μικροσκοπικές αν αυτό είναι μονωτικό. Και στις δύο, όμως, περιπτώσεις το αρχικά ουδέτερο σώμα παύει να συμπεριφέρεται ως ηλεκτρικά ουδέτερο. Έτσι, επειδή η ελκτική δύναμη που ασκεί το ηλεκτρισμένο σώμα στο πλησιέστερα προς αυτό βρισκόμενο και ετερόνυμα ηλεκτρισμένο τμήμα του άλλου σώματος είναι, σύμφωνα με τον νόμο του Coulomb που εξετάζεται στην επόμενη παράγραφο, μεγαλύτερη από την απωστική δύναμη που ασκεί το ηλεκτρισμένο σώμα στο μακρύτερα προς αυτό ευρισκόμενο και ομώνυμα ηλεκτρισμένο τμήμα του άλλου σώματος, η τελική συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων είναι πάντοτε ελκτική.

στ) Αν το ηλεκτρισμένο σώμα A ασκεί πάνω στο ηλεκτρισμένο σώμα B τη δύναμη F_{AB} , τότε, σύμφωνα με την αρχή της δράσης και αντίδρασης, και το σώμα B ασκεί πάνω στο σώμα A μια δύναμη F_{BA} (ίση και) αντίθετη προς την F_{AB} .

1.4 Νόμος του Coulomb

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, τα ηλεκτρισμένα σώματα ασκούν (και υφίστανται) δυνάμεις. Ο ακριβής, όμως, προσδιορισμός των δυνάμεων αυτών, κατά μέτρο και διεύθυνση, δεν είναι πάντοτε εύκολος. Παρά ταύτα, σε αρκετές περιπτώσεις, και υπό ορισμένες προϋποθέσεις, είναι δυνατός ο προσδιορισμός των δυνάμεων αυτών με τη βοήθεια μιας απλής μαθηματικής σχέσης, που είναι γνωστή ως νόμος του Coulomb.

Στην αρχική του διατύπωση, ο νόμος του Coulomb αναφέρεται στη δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο ηλεκτρισμένων σωμάτων που βρίσκονται στο κενό ή – κατά πολύ καλή προσέγγιση – στον αέρα. Αργότερα, ο νόμος αυτός γενικεύθηκε, ώστε να συμπεριλάβει και τις δυνάμεις μεταξύ ηλεκτρισμένων σωμάτων που βρίσκονται σε άλλα μονωτικά μέσα.

Οι συνθήκες που πρέπει να πληρούνται για να ισχύει ο νόμος του Coulomb είναι οι εξής:

- α) Πρέπει να υπάρχουν δύο μόνο σώματα, ηλεκτρισμένα και τα δύο.
- β) Τα δύο ηλεκτρισμένα σώματα πρέπει να έχουν γεωμετρικές διαστάσεις πολύ μικρές σε σχέση προς τη μεταξύ τους απόσταση. Στην περίπτωση αυτή τα δύο ηλεκτρισμένα σώματα εκλαμβάνονται και ως **ηλεκτρισμένα σημεία**.
- γ) Ο χώρος μεταξύ των δύο σωμάτων και γύρω από αυτά πρέπει να είναι μονωτικός και ομογενής, και να εκτείνεται, θεωρητικά μεν, μέχρι το άπειρο, πρακτικά δε, σε ακτίνα πολύ μεγαλύτερη από τη μεταξύ των δύο σωμάτων απόσταση.
- δ) Τα δύο ηλεκτρισμένα σώματα πρέπει να είναι ακίνητα ως προς τον παρατηρητή του πειράματος, ή ακόμα και αν κινούνται, πρέπει οι ταχύτητες τους να είναι πολύ μικρές σε σχέση προς την ταχύτητα του φωτός.

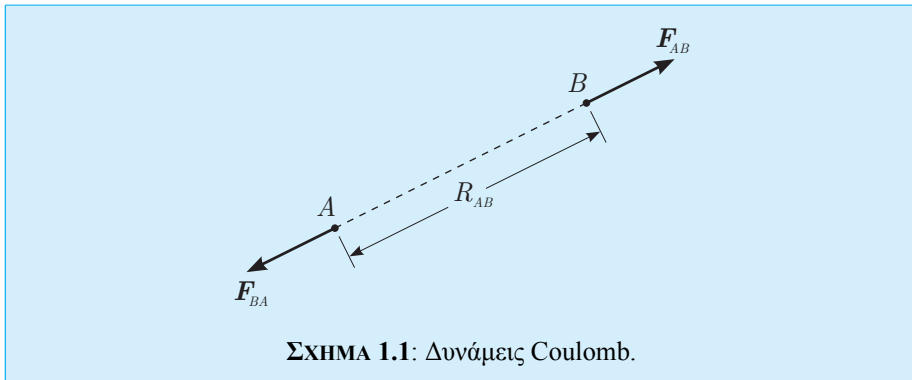
Οι πιο πάνω ειδικές συνθήκες συνοψίζονται στην παρακάτω ενιαία διατύπωση: “τα εξαγόμενα των πειραμάτων του Coulomb ισχύουν για δύο ακίνητα ηλεκτρισμένα σημεία που βρίσκονται μόνα στον άπειρο κενό χώρο”. Υπό τις συνθήκες αυτές, ο Coulomb διεπίστωσε τα εξής:

α) Η δύναμη που ασκείται στα δύο ηλεκτρισμένα σημεία έχει τη διεύθυνση της ευθείας που ενώνει τα δύο αυτά σημεία και είναι απωστική μεν αν τα σημεία είναι ομώνυμα ηλεκτρισμένα, ελκτική δε αν είναι ετερόνυμα ηλεκτρισμένα.

β) Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται αντίστροφα ανάλογα προς το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ των δύο ηλεκτρισμένων σημείων.

γ) Έστω ότι αρχικά υφίστανται τα ηλεκτρισμένα σημεία A και B του Σχήματος 1.1. Αν, στη συνέχεια, αντί του B τοποθετηθεί, στην ίδια ακριβώς θέση, ένα άλλο ηλεκτρισμένο σημείο Γ , τότε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στα ηλεκτρισμένα σημεία A και Γ είναι διαφορετικό – εν γένει – από το μέτρο της δύναμης που ασκούνταν στα ηλεκτρισμένα σημεία A και B . Επειδή, όμως, εκτός από την αντικατάσταση του B από το Γ , δεν έχει μεταβληθεί καμιά από

τις υπόλοιπες συνθήκες του πειράματος, είναι λογικό να συμπεράνει κανείς ότι το σημείο Γ έχει την ιδιότητα του ηλεκτρισμένου σε διαφορετική ένταση από εκείνη που είχε το σημείο B . Αν, λοιπόν, $F_{AB} = F_{BA}$ και $F_{A\Gamma} = F_{\Gamma A}$ είναι τα μέτρα των δυνάμεων στις δύο περιπτώσεις και παρατηρηθεί ότι το μέτρο της δύναμης στη δεύτερη περίπτωση είναι π.χ. n -πλάσιο του μέτρου της δύναμης στην πρώτη περίπτωση, είναι εύλογο να υποθέσει κανείς ότι το σημείο Γ έχει την ιδιότητα του ηλεκτρισμένου σε n -πλάσια ένταση από το B .



Αν συνεχιστεί το πείραμα και τοποθετηθεί, αντί του A , στην ίδια ακριβώς με αυτό θέση, ένα τέταρτο ηλεκτρισμένο σημείο Δ , θα παρατηρηθεί ότι και το μέτρο $F_{\Gamma\Delta} = F_{\Delta\Gamma}$ της δύναμης μεταξύ των ηλεκτρισμένων σημείων Γ και Δ είναι, εν γένει, διαφορετικό από το μέτρο $F_{A\Gamma} = F_{\Gamma A}$ της δύναμης μεταξύ των σημείων A και Γ . Συμπεραίνεται, συνεπώς, και πάλι ότι τα ηλεκτρισμένα σημεία A και Δ έχουν την ιδιότητα του ηλεκτρισμένου σε διαφορετική ένταση.

Όταν κατά την αντικατάσταση του σημείου B από το Γ (ή του A από το Δ) δεν παρατηρείται απλώς μεταβολή στο μέτρο της δύναμης αλλά και αλλαγή της φοράς της, τότε τα ηλεκτρισμένα σημεία B και Γ (ή A και Δ) δεν έχουν μόνον την ιδιότητα του ηλεκτρισμένου σε διαφορετική ένταση, αλλά και ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες ηλεκτρισμένων σωμάτων, δηλαδή είναι ετερόνυμα ηλεκτρισμένα.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι η δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο ηλεκτρισμένων σημείων δεν εξαρτάται μόνον από τη μεταξύ τους απόσταση, αλλά και από δύο άλλους, ομοειδείς προφανώς παράγοντες, ένα για κάθε σημείο, που εκφράζουν την ένταση στην οποία έχει την ιδιότητα του ηλεκτρισμένου το κάθε σημείο.

Ο παράγοντας αυτός περιγράφεται με τον όρο **ηλεκτρικό φορτίο** (ή **ποσότητα ηλεκτρισμού**).

Τα ηλεκτρικά φορτία, τα οποία, συνήθως, παριστούμε με τα σύμβολα Q ή q , όταν αναφέρονται σε ηλεκτρισμένα σημεία ονομάζονται **σημειακά** (ή **κεντρικά**) ηλεκτρικά φορτία.

Αν ως μονάδα των ηλεκτρικών φορτίων εκλεγεί το φορτίο ενός ηλεκτρισμένου σημείου, π.χ. του ηλεκτρισμένου σημείου A , τότε για τον καθορισμό του ηλεκτρικού φορτίου ενός τυχόντος ηλεκτρισμένου σημείου, π.χ. του B , μπορούμε να κάνουμε τις εξής δύο μετρήσεις:

Μετρούμε αρχικά το μέτρο F_{AG} της δύναμης που ασκείται μεταξύ του ηλεκτρισμένου σημείου A και ενός τυχόντος ηλεκτρισμένου σημείου G . Τα σημεία A και G βρίσκονται σε δύο τυχούσες θέσεις του άπειρου κενού χώρου. Στη συνέχεια, και χωρίς καμιά άλλη αλλαγή στις συνθήκες του πειράματος, αντικαθιστούμε το σημείο A με το ηλεκτρισμένο σημείο B και μετρούμε τη δύναμη F_{BG} μεταξύ των σημείων B και G . Αν το μέτρο F_{BG} βρεθεί q -πλάσιο του μέτρου F_{AG} , είναι προφανές ότι το ηλεκτρικό φορτίο του σημείου B είναι ίσο προς το q -πλάσιο του φορτίου του σημείου A που εκλέχτηκε ίσο προς τη μονάδα, δηλαδή είναι ίσο προς q μονάδες. Όταν οι δυνάμεις F_{AG} και F_{BG} είναι ομόρροπες, η αλγεβρική τιμή του φορτίου του σημείου B είναι $+q$, ενώ στην περίπτωση που οι δυνάμεις F_{AG} και F_{BG} είναι αντίρροπες, η αλγεβρική του τιμή είναι $-q$. Αν ως μονάδα μέτρησης των ηλεκτρικών φορτίων ληφθεί το φορτίο ενός θετικά ηλεκτρισμένου σημείου, τότε τα φορτία όλων των θετικά ηλεκτρισμένων σημείων εκφράζονται με θετικούς αριθμούς (*θετικά φορτία*) ενώ όλα τα φορτία των αρνητικά ηλεκτρισμένων εκφράζονται με αρνητικούς αριθμούς (*αρνητικά φορτία*). Προφανώς, και με βάση όσα αναφέρθηκαν σε προηγούμενες παραγράφους, το ηλεκτρικό φορτίο ενός σώματος ισούται με το γινόμενο του 'κβαντισμένου' φορτίου $\pm e$ επί την έλλειψη (αν είναι θετικό) ή την περίσσεια (αν είναι αρνητικό) των ηλεκτρονίων του σώματος.

Αν το ηλεκτρισμένο σημείο G , στις πιο πάνω δύο μετρήσεις, αντικατασταθεί από ένα οποιοδήποτε άλλο ηλεκτρισμένο σημείο με διαφορετικό φορτίο, θα μετρηθεί και πάλι η ίδια τιμή q του φορτίου του ηλεκτρισμένου σημείου B . Αυτό εκφράζει ότι η τιμή του φορτίου κάθε ηλεκτρισμένου σημείου είναι ανεξάρτητη της τιμής του ηλεκτρικού φορτίου άλλων ηλεκτρισμένων σημείων με τα οποία αλληλεπενεργεί.

Τελικά, το πείραμα δείχνει ότι η δύναμη με την οποία αλληλεπενεργούν δύο ηλεκτρισμένα σημεία είναι ανάλογη προς το γινόμενο των ηλεκτρικών φορτίων των δύο σημείων.

Οι πιο πάνω πειραματικές διαπιστώσεις μπορούν να συνοψιστούν στη σχέση

$$F_{AB} = F_{BA} = k \frac{|q_A q_B|}{R_{AB}^2}, \quad (1.26)$$

όπου $F_{AB} = F_{BA}$ είναι το μέτρο της δύναμης που ασκείται στα δύο ηλεκτρισμένα σημεία B και A , R_{AB} είναι η μεταξύ των σημείων A και B απόσταση και q_A, q_B είναι τα ηλεκτρικά φορτία των σημείων A και B , αντίστοιχα. Ο συντελεστής k δεν εμφανίζεται μόνον ως σταθερά που εξαρτάται από το χρησιμοποιούμενο

σύστημα μονάδων, αλλά και ως χαρακτηριστική σταθερά του μέσου μέσα στο οποίο βρίσκονται τα δύο φορτία.

Η (1.26) είναι γνωστή ως **νόμος του Coulomb**. Η μαθηματική έκφραση του νόμου του Coulomb μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον ορισμό της μονάδας του ηλεκτρικού φορτίου. Αν η δύναμη και η απόσταση μετρηθούν με τις αντίστοιχες μονάδες του συστήματος CGS (δηλαδή σε dyn και cm, αντίστοιχα), και αν ο συντελεστής k θεωρηθεί για το κενό αδιάστατο μέγεθος και ίσο προς τη μονάδα, τότε από την (1.26) ορίζεται η μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου στο CGS. Έτσι, ως μονάδα στο σύστημα αυτό επιλέγεται το Franklin (Fr), που ορίζεται ως το ηλεκτρικό φορτίο το οποίο εξασκεί, στο κενό και σε απόσταση 1 cm, πάνω σ' ένα ίσο φορτίο δύναμη 1 δύνης (dyn). Όπως, όμως, δηλώθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, στο παρόν βιβλίο χρησιμοποιείται αποκλειστικά το κανονικοποιημένο σύστημα MKSA, αφού η χρήση του συστήματος CGS εμφανίζεται σήμερα πολύ περιορισμένη.

Στο σύστημα MKSA, η τιμή k_0 της σταθεράς k στο κενό έχει την τιμή

$$k_0 = 8,987 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}} \quad (1.27)$$

Η μονάδα, συνεπώς, Coulomb (C) του φορτίου – πέραν από τον ορισμό που δόθηκε στην παράγραφο 1.1 – μπορεί να οριστεί και ως το ηλεκτρικό φορτίο που ασκεί, στο κενό και σε απόσταση 1 m, πάνω σ' ένα ίσο φορτίο δύναμη ίση προς $8,987 \cdot 10^9 \text{ N}$.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η k δεν πρέπει να θεωρείται ως μια απλή σταθερά αναλογίας, αλλά ως ένας παράγοντας που, πέραν της αντιστοίχισής του στο χρησιμοποιούμενο σύστημα μονάδων, αντιπροσωπεύει και τις φυσικές ιδιότητες του μέσου που σχετίζονται με τη συμπεριφορά του κατά τη μετάδοση ηλεκτρικών δράσεων.

Για το κενό, στο οποίο ως γνωστόν αναφέρονται οι σχετικές πειραματικές εργασίες του Coulomb, η σταθερά k_0 στο σύστημα MKSA αντικαθίσταται από τον συντελεστή $k_0 = 1/(4\pi\epsilon_0)$, οπότε η (1.26) γράφεται

$$F_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_A q_B|}{R_{AB}^2}. \quad (1.28)$$

Η σταθερά ϵ_0 ονομάζεται **διηλεκτρική σταθερά** (dielectric constant), ή **ηλεκτρική διαπερατότητα**, ή **επιτρεπότητα** (permittivity) του κενού χώρου, έχει δε – στο σύστημα MKSA – μονάδα το farad/meter (F/m) και τιμή

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \simeq \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad (1.29)$$

Η σκοπιμότητα εισαγωγής του παράγοντα 4π , που καθιστά αναμφίβολα τη διατύπωση (1.28) του νόμου του Coulomb περισσότερο πολύπλοκη από την αρχική διατύπωση (1.26) του ίδιου νόμου, δικαιολογείται από το γεγονός ότι, με τον τρόπο αυτό, άλλες γενικότερες και περισσότερο χρησιμοποιούμενες σχέσεις του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου (όπως για παράδειγμα οι εξισώσεις Maxwell) αποκτούν απλούστερη μορφή, αφού απαλλάσσονται από τον παράγοντα 4π που αναγκαστικά θα εμφανίζονταν σ' αυτές αν δεν υπήρχε στον παρονομαστή της (1.29).

Στην περίπτωση όπου δύο ακίνητα σημειακά φορτία βρίσκονται μόνα, όχι στο κενό, αλλά μέσα σ' ένα ομογενές και ισότροπο μονωτικό μέσο που εκτείνεται στο άπειρο, τα φορτία αλληλεπενεργούν και πάλι με τον τρόπο που περιγράφει ο νόμος του Coulomb. Το μέτρο, όμως, της δύναμης με την οποία αλληλεπενεργούν τα φορτία δεν είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης που θα ασκούσαν στα δύο φορτία αν αυτά βρίσκονταν στο κενό ή τον ατμοσφαιρικό αέρα. Αυτό σημαίνει ότι η διηλεκτρική σταθερά ϵ του μονωτικού μέσου δεν είναι ίση με τη διηλεκτρική σταθερά ϵ_0 του κενού χώρου.

Αν, λοιπόν, ϵ είναι η διηλεκτρική σταθερά ενός τυχόντος μονωτικού μέσου, η μαθηματική διατύπωση του νόμου του Coulomb σ' αυτό είναι η

$$F_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|q_A q_B|}{R_{AB}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_r \epsilon_0} \frac{|q_A q_B|}{R_{AB}^2} \quad (1.30)$$

όπου

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (1.31)$$

είναι μια – αδιάστατη – χαρακτηριστική σταθερά του κάθε μέσου, ανεξάρτητη από το χρησιμοποιούμενο σύστημα μονάδων. Η σταθερά αυτή ονομάζεται **σχετική διηλεκτρική σταθερά** (relative permittivity) ή **σχετική επιτρεπτότητα** του μέσου.

Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του αέρα για κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης είναι μόλις μεγαλύτερη της μονάδας, στις περισσότερες, όμως, πρακτικές εφαρμογές λαμβάνεται ίση προς τη μονάδα. Στον Πίνακα 1.2 σημειώνονται οι τιμές της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς διαφόρων μέσων. Οι, ούτως ή άλλως, ενδεικτικές τιμές του πίνακα αυτού μπορούν να διαφοροποιηθούν ριζικά όταν τα μεγέθη του πεδίου υπόκεινται σε ταχύτατες χρονικές μεταβολές (μικροκυματικές-οπτικές συχνότητες).

Η (1.30) μπορεί να γραφεί και κατά τέτοιο τρόπο ώστε να δίνει όχι μόνον το μέτρο αλλά και την κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά) της δύναμης που ασκείται στα δύο φορτία. Έτσι, αν F_{AB} είναι η δύναμη που ασκείται από το φορτίο q_A

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2: Τιμές σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς

Διηλεκτρικό μέσο	Ενδεικτικές τιμές
Κενό	1
Αέρας	1,0006
Teflon	2,1
Παραφίνη	2,1
Χαρτί	2 – 4
Λάδι	2,3
Πολυαιθυλένιο	2,3
Ελαστικό	2,5 – 3
Έδαφος (αμμώδες ξηρό)	3,2
Πλεξιγκλάς	3,4
Γυαλί	5 – 10
Χαλαζίας	5
Βακελίτης	4,4 – 5,4
Πορσελάνη	5,1 – 6
Ξύλο	1,5 – 6
Μίκα	5,4 – 6
Νερό αποσταγμένο	80

στο φορτίο q_B , \mathbf{R}_{AB} είναι η διανυσματική απόσταση των δύο φορτίων με φορά από το q_A προς το q_B , και ϵ η διηλεκτρική σταθερά του μέσου, η ‘διανυσματική’ διατύπωση του νόμου του Coulomb είναι η

$$\mathbf{F}_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_A q_B}{R_{AB}^3} \mathbf{R}_{AB} \quad (1.32)$$

όπου τα φορτία q_A και q_B νοούνται με το αλγεβρικό τους πρόσημο.

Η (1.32), αν $\hat{\mathbf{e}}_{AB} = \mathbf{R}_{AB}/R_{AB}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα με φορά από το q_A προς το q_B , γράφεται, επίσης, και με τη μορφή

$$\mathbf{F}_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_A q_B}{R_{AB}^2} \hat{\mathbf{e}}_{AB}. \quad (1.33)$$

Είναι φανερό ότι η δύναμη \mathbf{F}_{BA} που ασκεί το φορτίο q_B πάνω στο φορτίο q_A είναι (ίση και) αντίθετη προς τη δύναμη \mathbf{F}_{AB} ($\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$).

Δύο, ακόμη, παρατηρήσεις που προκύπτουν από τα προηγούμενα και αξίζει ν' αναφερθούν είναι οι εξής:

α) Επειδή η τιμή της διηλεκτρικής σταθεράς ενός μέσου δεν επηρεάζεται από την παρουσία ή μη ηλεκτρικών φορτίων, από τη μαθηματική διατύπωση του νόμου του Coulomb προκύπτει ότι είναι δυνατή η εφαρμογή της γενικής αρχής της *υπέρθεσης (επαλληλίας)* των δυνάμεων που ασκούν τα διάφορα φορτία.

β) Η τιμή ενός φορτίου ίσου προς τη μονάδα, δηλαδή 1 C, είναι εξαιρετικά μεγάλη. Πράγματι, αν λάβουμε υπόψη ότι το φορτίο του ηλεκτρονίου (αρνητικό) ή του πρωτονίου (θετικό) είναι ίσο προς $1,602 \cdot 10^{-19}$ C, τότε ένα αρνητικό φορτίο 1 C θα αντιπροσώπευε έναν αριθμό $6 \cdot 10^{18}$ περίπου ηλεκτρονίων. Εξάλλου, από τον νόμο του Coulomb προκύπτει ότι η δύναμη με την οποία θα αλληλεπενεργούσαν δύο ίσα φορτία 1 C, που θα βρίσκονταν σε απόσταση 1 m στον αέρα, θα έφθανε την απίστευτη τιμή των $9 \cdot 10^9$ N, θα ήταν δηλαδή ίση προς εννιακόσιες χιλιάδες τόνους περίπου. Η πιο πάνω επισημάνση δικαιολογεί το γεγονός της συστηματικής χρησιμοποίησης υποπολλαπλασίων της μονάδας φορτίου στα πρακτικά προβλήματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.1

Να διερευνηθεί η ποσοτική-συγκριτική σχέση μεταξύ των ηλεκτρικών δυνάμεων και των δυνάμεων της παγκόσμιας έλξης της μηχανικής.

Ας θεωρήσουμε ότι δύο υλικά σώματα 1 και 2 με μάζες m_1 , m_2 και φορτία Q_1 , Q_2 , αντίστοιχα, βρίσκονται μόνα στον άπειρο κενό χώρο. Σύμφωνα με τον νόμο της έλξης των μαζών, το μέτρο F_m της ελκτικής δύναμης μεταξύ των δύο μαζών δίνεται από την

$$F_m = G \frac{m_1 m_2}{R_{12}^2}, \quad (\text{i})$$

όπου $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$ είναι η σταθερά της παγκόσμιας έλξης, και R_{12}^2 είναι η μεταξύ των δύο σωμάτων απόσταση. Πέραν της δύναμης αυτής, επειδή τα σώματα είναι ηλεκτρικά φορτισμένα, ασκείται και η δύναμη Coulomb που, για ομόσημα φορτία, έχει μέτρο

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{R_{12}^2}. \quad (\text{ii})$$

Για μια συγκριτική διερεύνηση των δύο αυτών δυνάμεων, θεωρούμε τον λόγο τους λ ,

$$\lambda = \frac{F_m}{F_e} = 4\pi\epsilon_0 G \frac{m_1 m_2}{Q_1 Q_2} \quad (\text{iii})$$

ο οποίος είναι ανεξάρτητος της απόστασης των δύο σωμάτων.

Για να καταστεί ακόμα σαφέστερη η πιο πάνω συγκριτική διερεύνηση, ας υποθέσουμε ότι τα δύο σώματα είναι δύο ίσες μεταλλικές σφαίρες ακτίνας R και πυκνότητας μάζας d . Αν, επιπλέον, θεωρηθεί ότι οι δύο σφαίρες είναι ομοιόμορφα φορτισμένες με το ίδιο συνολικό φορτίο Q και την ίδια επιφανειακή πυκνότητα φορτίου ρ_s , τότε η προηγούμενη σχέση γράφεται

$$\lambda = \frac{F_m}{F_e} = 4\pi\epsilon_0 G \frac{(4\pi R^3 d/3)^2}{(4\pi R^2 \rho_s)^2} = \frac{4\pi\epsilon_0 G d^2 R^2}{9 \rho_s^2}, \quad (\text{iv})$$

και εκφράζει ότι ο λόγος λ μεταβάλλεται ανάλογα προς το τετράγωνο της ακτίνας των δύο σφαιρών.

Εξειδικεύοντας, περισσότερο, το παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι η πυκνότητα d του υλικού των δύο σωμάτων είναι $d = 8 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$, και η τιμή της πυκνότητας των επιφανειακά διανεμημένων φορτίων είναι $\rho_s = 25 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$ (βρίσκεται, δηλαδή κοντά στο όριο της διηλεκτρικής αντοχής του περιβάλλοντος χώρου πριν τη διάσπασή του και την εκδήλωση της ηλεκτρικής εκκένωσης των φορτίων).

Με αντικατάσταση των αριθμητικών αυτών τιμών στην (iv), προκύπτει η ακόλουθη έκφραση του λόγου λ των δύο δυνάμεων

$$\lambda = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} (8 \cdot 10^3)^2 R^2}{9 (25 \cdot 10^{-6})^2} = \frac{R^2}{11843}$$

ή

$$\lambda \simeq (R/109)^2, \quad (\text{v})$$

όπου η ακτίνα R μετράται, φυσικά, σε μέτρα.

Από τη σχέση αυτή παρατηρούμε ότι, για $R \gg 109 \text{ m}$, οι μηχανικές δυνάμεις είναι πολύ μεγαλύτερες από τις ηλεκτρικές δυνάμεις που οφείλονται σε τυχόν φορτία που είναι διανεμημένα σ' αυτά: π.χ. για δύο ουράνια σώματα με ακτίνα $R = 6.400 \text{ Km}$, ίση περίπου με την ακτίνα της γης, η τιμή της μηχανικής δύναμης θα ήταν $3,46 \cdot 10^9$ περίπου φορές μεγαλύτερη από την ηλεκτρική δύναμη. Αντίθετα, σε φορτισμένα σώματα με διαστάσεις πολύ μικρότερες από την 'οριακή' τιμή $R_c = 109 \text{ m}$, οι μηχανικές δυνάμεις είναι πολύ μικρότερες από τις ηλεκτρικές: π.χ. στην περίπτωση δύο φορτισμένων σφαιρών ακτίνων $R = 1 \text{ cm}$, οι ηλεκτρικές δυνάμεις θα ήταν $1,18 \cdot 10^8$ περίπου φορές μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες μηχανικές δυνάμεις.

1.5 Δυνάμεις σε σύστημα πολλών σημειακών φορτίων

Όπως ήδη διευκρινίσθηκε, ο νόμος του Coulomb επιτρέπει τον υπολογισμό των δυνάμεων με τις οποίες αλληλεπενεργούν δύο σημειακά φορτία που βρίσκονται μόνα σ' ένα άπειρο, ομογενές και ισότροπο μονωτικό μέσο.

Και στην περίπτωση, όμως, παρουσίας σ' ένα τέτοιο μέσο περισσότερων

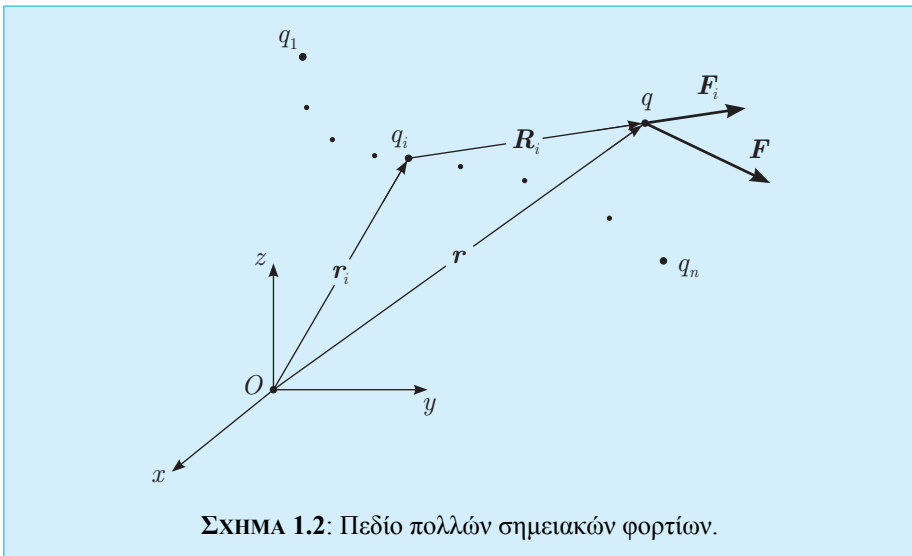
σημειακών φορτίων, είναι δυνατός ο υπολογισμός της δύναμης που ασκείται σε κάθε φορτίο, με βάση τον νόμο του Coulomb και τη γενική αρχή της υπέρθεσης.

Έστω, λοιπόν, ότι σ' ένα ομογενές και ισότροπο μέσο βρίσκονται μόνα και ακίνητα τα σημειακά φορτία q, q_1, q_2, \dots, q_n , στις θέσεις που προσδιορίζονται από τα διανύσματα $\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$, αντίστοιχα (Σχήμα 1.2).

Αν \mathbf{F} είναι η συνολική δύναμη που ασκείται στο φορτίο q από το σύστημα των υπόλοιπων φορτίων και \mathbf{F}_i είναι η δύναμη που ασκεί το σημειακό φορτίο q_i στο σημειακό φορτίο q , τότε, σύμφωνα με τα παραπάνω και την (1.32) έχουμε

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \frac{q}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^3} \mathbf{R}_i \quad (1.34)$$

όπου $\mathbf{R}_i = \mathbf{r} - \mathbf{r}_i$ είναι η διανυσματική απόσταση των φορτίων q_i και q με φορά από το φορτίο q_i προς το φορτίο q .



ΣΧΗΜΑ 1.2: Πεδίο πολλών σημειακών φορτίων.

Αν x_i, y_i, z_i είναι οι συντεταγμένες της θέσης του τυχόντος σημειακού φορτίου q_i ($i = 1, 2, \dots, n$) σ' ένα σύστημα ορθογώνιων καρτεσιανών συντεταγμένων και x, y, z είναι οι συντεταγμένες της θέσης του ηλεκτρικού φορτίου q , τότε η (1.34), επειδή ισχύουν οι

$$\mathbf{r}_i = x_i \hat{\mathbf{x}} + y_i \hat{\mathbf{y}} + z_i \hat{\mathbf{z}}, \quad (1.35)$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{r} - \mathbf{r}_i = (x - x_i) \hat{\mathbf{x}} + (y - y_i) \hat{\mathbf{y}} + (z - z_i) \hat{\mathbf{z}}, \quad (1.36)$$

$$R_i = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{1/2}, \quad (1.37)$$

όπου $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα κατά τους άξονες x, y, z , αντίστοιχα, γράφεται

$$\mathbf{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i [(x - x_i)\hat{\mathbf{x}} + (y - y_i)\hat{\mathbf{y}} + (z - z_i)\hat{\mathbf{z}}]}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{3/2}}. \quad (1.38)$$

Από την (1.38) προκύπτουν, εύκολα, οι τρεις συνιστώσες F_x, F_y, F_z της δύναμης κατά τις διευθύνσεις των αξόνων x, y, z , αντίστοιχα. Έτσι, η συνιστώσα F_x , για παράδειγμα, δίνεται από τη σχέση

$$F_x = \frac{q}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i(x - x_i)}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{3/2}}, \quad (1.39)$$

ενώ ανάλογες είναι και οι εκφράσεις των συνιστωσών F_y και F_z .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.2

Τα σημειακά φορτία $q_1 = -1 \mu\text{C}$ και $q_2 = 4 \mu\text{C}$ είναι τοποθετημένα στα σημεία με συντεταγμένες $(2, 1, -4)$ και $(3, -2, 4)$, αντίστοιχα, σ' ένα μέσο με σχετική διηλεκτρική σταθερά $\epsilon_r = 2$. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκούν τα δύο αυτά φορτία σ' ένα τρίτο σημειακό φορτίο $q_3 = 2 \text{ nC}$, τοποθετημένο στο σημείο $(1, 2, 1)$ του ίδιου μέσου.

Η ζητούμενη δύναμη, που υπολογίζεται από την αντικατάσταση των δεδομένων του παραδείγματος στην (1.38), είναι

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{q_3}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \sum_{i=1}^2 \frac{q_i [(x - x_i)\hat{\mathbf{x}} + (y - y_i)\hat{\mathbf{y}} + (z - z_i)\hat{\mathbf{z}}]}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 2 \cdot \frac{10^{-9}}{36\pi}} \left\{ \frac{-1 \cdot 10^{-6} [(1 - 2)\hat{\mathbf{x}} + (2 - 1)\hat{\mathbf{y}} + (1 + 4)\hat{\mathbf{z}}]}{[(1 - 2)^2 + (2 - 1)^2 + (1 + 4)^2]^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4 \cdot 10^{-6} [(1 - 3)\hat{\mathbf{x}} + (2 + 2)\hat{\mathbf{y}} + (1 - 4)\hat{\mathbf{z}}]}{[(1 - 3)^2 + (2 + 2)^2 + (1 - 4)^2]^{3/2}} \right\} \\ &= 9 \cdot 10^{-6} \left\{ \frac{-(-\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} + 5\hat{\mathbf{z}})}{[(-1)^2 + 1^2 + 5^2]^{3/2}} + \frac{4(-2\hat{\mathbf{x}} + 4\hat{\mathbf{y}} - 3\hat{\mathbf{z}})}{[(-2)^2 + 4^2 + (-3)^2]^{3/2}} \right\} \\ &= 9 \cdot 10^{-6} \left(\frac{\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{y}} - 5\hat{\mathbf{z}}}{27^{3/2}} + \frac{-8\hat{\mathbf{x}} + 16\hat{\mathbf{y}} - 12\hat{\mathbf{z}}}{29^{3/2}} \right) \\ &= (-0,397\hat{\mathbf{x}} + 0,858\hat{\mathbf{y}} - 1,012\hat{\mathbf{z}}) \mu\text{N}. \end{aligned}$$