

Ένας αρμονικός ταλαντωτής αποτελείται από ένα σωματίδιο μάζας  $m$  που υπόκειται σε μια δύναμη επαναφοράς που υπακούει στον «νόμο του Hooke», σύμφωνα με τον οποίον η δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας. Ένα παράδειγμα είναι ένα σωματίδιο μάζας  $m$  στερεωμένο σε ένα ελατήριο ή ένα άτομο ενωμένο με ένα άλλο με έναν χημικό δεσμό. Για μονοδιάστατο σύστημα,

$$F_x = -k_f x$$

όπου η σταθερά αναλογίας ονομάζεται **σταθερά δύναμης**. Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ( $F = ma = m(d^2x/dt^2)$ ), δείτε *Εργαλειοθήκη του χημικού 3*,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k_f x$$

Αν  $x = 0$  για  $t = 0$ , μια λύση (όπως μπορεί να επαληθευθεί με αντικατάσταση) είναι η

$$x(t) = A \sin 2\pi\nu t \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{k_f}{m} \right)^{1/2}$$

Η λύση αυτή δείχνει ότι η θέση του σωματιδίου μεταβάλλεται *αρμονικά* (δηλαδή ως ημιτονοειδής συνάρτηση) με συχνότητα  $\nu$  (μονάδα μέτρησης: Hz) και ότι η συχνότητα της ταλάντωσης είναι μεγάλη για ελαφριά σωματίδια (μικρό  $m$ ) που έχουν στερεωθεί σε σκληρά ελατήρια (μεγάλο  $k_f$ ). Είναι χρήσιμο να ορίσουμε τη *γωνιακή συχνότητα* του ταλαντωτή ως  $\omega = 2\pi\nu$  (μονάδα μέτρησης: rad/sec). Έπεται ότι η γωνιακή συχνότητα ενός κλασικού αρμονικού ταλαντωτή είναι  $\omega = (k_f/m)^{1/2}$ .

Το αρνητικό πρόσημο στην έκφραση για τη δύναμη σημαίνει ότι η δύναμη είναι αρνητική (κατευθύνεται προς τα αρνητικά  $x$ ) αν η απομάκρυνση είναι θετική, και αντίστροφα. Η δυναμική ενέργεια  $V$  συνδέεται με τη δύναμη μέσω της σχέσης  $F = -dV/dx$  (*Εργαλειοθήκη του χημικού 6*), έτσι η δυναμική ενέργεια που αντιστοιχεί σε δύναμη επαναφοράς που υπακούει στον νόμο του Hooke είναι

$$V(x) = \frac{1}{2} k_f x^2$$

Μια τέτοια δυναμική ενέργεια ονομάζεται «αρμονική δυναμική ενέργεια» ή «παραβολική δυναμική ενέργεια».

Καθώς το σωματίδιο απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται, οπότε η κινητική του ενέργεια, και άρα και το μέτρο της ταχύτητάς του, ελαττώνεται. Σε κάποιο σημείο η ενέργεια είναι εξ ολοκλήρου δυναμική και το σωματίδιο ακινητοποιείται στιγμιαία σε ένα σημείο αναστροφής. Στη συνέχεια το σωματίδιο επιταχύνεται κινούμενο πίσω προς τη θέση ισορροπίας. Η πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου είναι μεγαλύτερη όπου αυτό κινείται πιο αργά, δηλαδή κοντά στα σημεία αναστροφής.

Το σημείο αναστροφής,  $x_{\text{tp}}$ , ενός κλασικού ταλαντωτή είναι εκεί όπου η δυναμική του ενέργεια,  $\frac{1}{2} k_f x^2$ , ισούται με την ολική του ενέργεια, οπότε

$$x_{\text{tp}} = \pm \left( \frac{2E}{k_f} \right)^{1/2}$$

Το σημείο αναστροφής αυξάνεται με την ολική ενέργεια: σε κλασικούς όρους, το πλάτος της ταλάντωσης ενός εκκρεμούς ή η απομάκρυνση μιας μάζας σε ένα ελατήριο αυξάνονται.