

## Εισαγωγή του συγγραφέα στην ελληνική έκδοση

Πολλές φορές φανταζόμαστε ότι η ανάγνωση είναι μια παθητική απόλαυση: κουλουριασμένοι στο κρεβάτι μας αγκαλιά με κάποιο μυθιστόρημα της Τζέιν Όστιν, να ονειρευόμαστε με τα μάτια ανοιχτά λιβάδια της αγγλικής εξοχής, απογευματινές συγκεντρώσεις για τσάι, ερωτοτροπίες... Στην πραγματικότητα, όμως, η ανάγνωση είναι μια μορφή εργασίας. Παίρνεις έναν σωρό χαρτιά και απ' αυτά δημιουργείς κάτι: μια νέα γνώση στο κεφάλι σου· κάτι άλλο, κάτι που φτιάχνεις αποκλειστικά εσύ. Έτσι λοιπόν, είμαι ευγνώμων για την ευκαιρία αυτή, για τη μετάφραση του πρώτου μου βιβλίου στα Ελληνικά – για να το χρησιμοποιήσουν, ελπίζω, περισσότεροι αναγνώστες.

Η εργασία που απαιτήθηκε για τη συγγραφή αυτού του βιβλίου έγινε δυνατή χάρη σε άλλα, προηγούμενα κείμενα. Το βιβλίο μου εμφανίστηκε στο τέλος μιας μεταβατικής περιόδου στην ιστοριογραφία των Ελληνικών Μαθηματικών. Η μετάβαση αυτή ξεκίνησε το 1975 με το έργο του Unguru *On the Need to Rewrite the History of Greek Mathematics*.<sup>1</sup> Το 1981, ο Mueller δημοσίευσε το βιβλίο *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements*, η προσέγγιση του οποίου ενέπνευσε εμφανώς το δικό μου κείμενο. Πήρα λοιπόν μολύβι και χαρτί και άρχισα να ξεφυλλίζω τα αρχαία ελληνικά μαθηματικά κείμενα, διερωτώμενος ποια να ήταν άραγε τα μοτίβα που θα μπορούσα κι εγώ να

---

1 Ελληνική μετάφραση του κειμένου του Unguru, από τους Φ. Γεωργιάδη, Ι. Σκούρα, Γ. Μαυρομμάτη, περιέχεται στη συλλογή *Διαμάχες για την Ιστορία των Αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών*, επιμ. Γ. Χριστιανίδης, Δ. Διαλέτης. Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2006, σ. 13–77. (Σ.τ.Ε.)

εντοπίσω. Διότι σαφώς ήταν απαραίτητη η διεύρυνση της έρευνας πέρα από το επίτευγμα του Mueller, με την εξέταση όλων των άλλων συγγραφέων εκτός του Ευκλείδη – ανάγκη που έγινε έκδηλη με το ακαδημαϊκό έργο του Knorr, και κυρίως με το βιβλίο του 1986, που τώρα μεταφράζεται στα ελληνικά μαζί με το δικό μου, *The Ancient Tradition of Geometric Problems*.<sup>2</sup> Εκείνο που ο Unguru, ο Mueller, ο Knorr κι εγώ είχαμε κοινό ήταν η αίσθηση ότι τα Ελληνικά Μαθηματικά ήταν σημαντικά ως πεδίο διασύνδεσης. Και πράγματι, τα Ελληνικά Μαθηματικά είναι σημαντικά για την ιστορία της μετέπειτα επιστήμης, για την επιστημολογία, για την ελληνική ιστορία. Κι όμως, η αίσθησή μας ήταν ότι γι' αυτόν ακριβώς τον λόγο πολύ συχνά τα Ελληνικά Μαθηματικά αντιμετωπίστηκαν σε εντελώς άλλο πλαίσιο, ως προετοιμασία μεταγενέστερων εξελίξεων, ως επικουρικά της φιλοσοφίας, και όχι βάσει των δικών τους όρων. Το 1993 είχαν επιτέλους ωριμάσει οι συνθήκες για να καταλάβουμε πώς να διαβάζουμε τα Ελληνικά Μαθηματικά με τους δικούς τους όρους. Κάθισα λοιπόν και έγραφα τη διατριβή μου, η οποία είχε την τύχη να εκδοθεί τελικά στο βιβλίο που τώρα έχετε στα χέρια σας.

Εκείνο που έκανα ήταν να εξηγήσω την εργασία που απαιτείται για την ανάγνωση ενός κειμένου Ελληνικών Μαθηματικών: Κάποιος πήρε ένα κομμάτι πάπυρο και μετά, χρησιμοποιώντας τα χέρια, τα αυτιά, τα μάτια, τον νου του, μετέτρεψε αυτόν τον πάπυρο σε αναγνώριση του γεγονότος ότι μια ορισμένη μαθηματική διατύπωση ήταν αναγκαία και, γενικώς, αληθής. Πώς έγινε αυτό; Το επιχείρημά μου ήταν ότι αυτό έγινε δυνατό πάνω απ' όλα με τη χρήση δύο εργαλείων: του διαγράμματος και της λογοτυπικής γλώσσας.

Μετά τη δημοσίευση του βιβλίου, η έρευνά μου για τα διαγράμματα χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα από άλλους. Ακόμη και κατά τη συγγραφή της *Διαμόρφωσης της παραγωγικής μεθόδου* μου έγινε σαφές –καθώς άρχισα να επισκέπτομαι τις βιβλιοθήκες με τα μεσαιωνικά χειρόγραφα– ότι τα διαγράμματα αυτών των χειρογράφων παρουσιάζουν ένα ενδιαφέρον και συνεκτικό μοτίβο.

---

2 Η ελληνική μετάφραση του μνημειώδους βιβλίου του W. Knorr πρόκειται να εκδοθεί από τις Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, στο πλαίσιο της σειράς «Αρχαία Επιστημονική Γραμματεία/Μελέτες» (Σ.τ.Ε.)

Τα διαγράμματα στα χειρόγραφα, λόγω του ότι ήταν πιο «σχηματικά», μπορούσαν να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις που έθετε το κείμενο, όπως ανέπτυξα σε ολόκληρο το βιβλίο μου. Ήταν λογικά εργαλεία και υπήρχε κάποιος λόγος γι' αυτό: καθώς δεν επιχειρούσαν να φτιάξουν μια ωραία εικόνα αλλά, αντί αυτού, έδιναν έναν λογικό χάρτη των όρων και των αλληλεπιδράσεών τους. Τη συγκεκριμένη παρατήρηση την επεξεργάστηκα λεπτομερώς στον πρώτο τόμο της μετάφρασής μου των έργων του Αρχιμήδη (2004a). Η καλύτερη περιγραφή του συγκεκριμένου εργαλείου βρίσκεται στο Saito and Sidoli 2012. Οι περισσότεροι μελετητές σήμερα θεωρούν ότι στα μεσαιωνικά διαγράμματα παρουσιάζεται πράγματι η μορφή των διαγραμμάτων έτσι όπως φτιάχτηκαν στην αρχαιότητα, αν και υπάρχει ένα περιθώριο εύλογης αμφιβολίας (το Carman 2018 αποτελεί μια πολύ χρήσιμη άσκηση στον σκεπτικισμό). Επίσης, την εποχή που έγραφα τη *Διαμόρφωση της Παραγωγικής Μεθόδου*, το ενδιαφέρον φιλοσόφων και λογικών άρχισε να εξάπτεται από την πιθανότητα να είναι τα ίδια τα διαγράμματα από μόνα τους φορείς μαθηματικής σημασίας. Το άρθρο του Manders «The Euclidean Diagram» κυκλοφόρησε ως χειρόγραφο μεταξύ φιλοσόφων από το 1995, και τελικά εκδόθηκε το 2008. Η επίδραση που άσκησε, πριν και μετά το 2008, ήταν πολύ μεγάλη.

Το δικό μου βιβλίο, όπως επισημάνθηκε, εστιάζει σε δύο στοιχεία: στο διάγραμμα και στη λογοτυπική γλώσσα. Τα επιχειρήματά μου όσον αφορά τα διαγράμματα χρησιμοποιήθηκαν περισσότερο απ' ό,τι εκείνα για τη λογοτυπική γλώσσα. Για να μπορέσει κανείς να εργαστεί με τη λογοτυπική γλώσσα των Ελληνικών Μαθηματικών ίσως θα πρέπει να είναι εξοικειωμένος με την ίδια την ελληνική γλώσσα. Ευτυχώς, λοιπόν, το βιβλίο αυτό βρίσκεται τώρα στα σωστά χέρια! Όμως, θα πρέπει να προσθέσω ότι πάντοτε ενδιαφερόμουν για το ερώτημα πώς η ανάπτυξη της σύγχρονης συμβολικής σημειογραφίας μπορεί να συνδέεται με το αρχαίο διάγραμμα καθώς και με την ελληνική λογοτυπική γλώσσα. Η σύγχρονη συμβολική σημειογραφία δεν είναι μια ουδέτερη μορφή: δημιουργήθηκε ιστορικά και αποτελεί συγκεκριμένο εργαλείο που επιτελεί συγκεκριμένες εργασίες. Είναι ένας περίεργος συνδυασμός του συμβολικού και του λεκτικού. Το πεδίο αυτό διερευνά πρόσφατα, με πολλούς δημιουργικούς τρόπους, η Dutilh Novaes, συγγραφέας του έργου *Formal Languages in Logic: A Philosophical and Cognitive Analysis* (2012).

Η έμφαση στο πρώτο μου βιβλίο δόθηκε στον ενιαίο χαρακτήρα των Ελληνικών Μαθηματικών. Αυτός αφορά όντως το επίπεδο του λογοτεχνικού είδους – τη χρήση του διαγράμματος και της λογοτυπικής γλώσσας. Έκτοτε στο έργο μου έχω στρέψει περισσότερο την προσοχή μου στις ιστορικές διαφορές. Στην ακμή των Ελληνιστικών χρόνων στην Αλεξάνδρεια, τα μαθηματικά γράφονταν από έναν πολιτισμό που εκτιμούσε ιδιαίτερα τη λεπτότητα και το στοιχείο της έκπληξης. Αυτό αποτελεί σημαντικό υπόβαθρο για τον Αρχιμήδη. (Έγραφα γι' αυτό στο βιβλίο μου *Ludic Proof*, 2009). Στην Ύστερη Αρχαιότητα, τα μαθηματικά γράφονταν στο πλαίσιο μιας υπομνηματιστικής παράδοσης, που είχε την τάση να δίνει έμφαση στη συνέπεια και την ομοιογένεια. Αυτό το υπόβαθρο είναι σημαντικό για την εμφάνιση μιας εικόνας, των μαθηματικών ως μονολιθικής σύνθεσης, που αποτέλεσε μέρος του μεσαιωνικού «παραδείγματος». (Έγραφα γι' αυτό στο βιβλίο μου *From Problems to Equations*, 2004b). Εάν υπάρχει κάτι που θα ήθελα να αναθεωρήσω στο βιβλίο μου, είναι ο υπαινιγμός, συνολικά, ότι τα Ελληνικά Μαθηματικά βρίσκονταν σε κάποιου είδους στασιμότητα, παραμένοντας αναλλοίωτα κατά τη διάρκεια ολόκληρης της χιλιετίας που εξετάζει το βιβλίο. Φυσικά και όχι. Και κάτι παραπάνω: εάν ενδιαφέρεται κανείς στα σοβαρά να δώσει μια ιστορική ερμηνεία, τότε προφανώς δεν πρέπει να θεωρεί ότι υπάρχει σταθερότητα. Ίσως η μεταφυσική να επιτρέπει την τέλεια σταθερότητα. Στην ιστορία όλα είναι ρευστά, επειδή οι άνθρωποι κάνουν πράγματα για τους δικούς τους λόγους, και οι λόγοι αυτοί αλλάζουν ανάλογα με τη μεταβαλλόμενη ιστορική πραγματικότητα.

Κι ωστόσο, κάποια πράγματα όντως παραμένουν ίδια: οι βασιλείς και οι αυτοκράτορες έρχονται και παρέρχονται, οι αγρότες εξακολουθούν να οργώνουν τα χωράφια τους. Ο σκοπός των Ελληνικών Μαθηματικών αλλάζει με την πάροδο των γενεών. Όμως, κατά κάποιο τρόπο, το πώς έκαναν μαθηματικά οι αρχαίοι Έλληνες, το πώς όργωναν το χωράφι των μαθηματικών, παρέμενε σε μεγάλο βαθμό το ίδιο. Το λογοτεχνικό είδος και οι πρακτικές του – τα εργαλεία του διαγράμματος και η λογοτυπική γλώσσα, που διαβάστηκαν και ξαναδιαβάστηκαν και κατόπιν ξαναφτιάχτηκαν από νέες γενιές συγγραφέων– αυτά παρέμεναν ίδια. Και πράγματι, χάρη σ' αυτή τη συνέχεια, μέσα απ' όλους τους ιστορικούς μετασχηματισμούς μιας χιλιετίας, συσσωρεύτηκαν όλο και περισ-

σότερα μαθηματικά και, σε όλη αυτή τη διάρκεια, θεωρήθηκε ότι ανήκουν στο ίδιο, διαρκώς αναπτυσσόμενο εγχείρημα.

Γενικά, σήμερα δεν συμεριζόμαι μόνο εγώ την αίσθηση ότι τα μαθηματικά –αυτό το πιο αφηρημένο από όλα τα επιστημονικά πεδία– θα πρέπει να τα εννοήσουμε ως κάτι που κάνουν οι άνθρωποι στον κόσμο και που περιλαμβάνει τις ενέργειες, τις ανάγκες, τις πρακτικές και τα εργαλεία τους. Σύμφωνα με τον Paolo Mancosu, οι φιλόσοφοι μελετούν τη φιλοσοφία της μαθηματικής πρακτικής (το βιβλίο του Roi Wagner *Making and Breaking Mathematical Sense*, 2017, συνιστά μια ριζοσπαστική επισκόπηση ενός τέτοιου εγχειρήματος για τα μαθηματικά ιδωμένα ως ανθρώπινη πρακτική). Όσον αφορά τα Ελληνικά Μαθηματικά, πολλοί ακολούθησαν αυτή την προσέγγιση· ιδιαίτερη μνεία όμως θα πρέπει να γίνει για την Cuomo, τη συνάδελφό μου (ήμασταν και οι δυο μαθητές του αγαπημένου μας καθηγητή G. E. R. Lloyd). Η έρευνά της ρίχνει φως στις πρακτικές των Ελληνικών Μαθηματικών στο κοινωνικό και οικονομικό περιβάλλον τους. Αυτού του είδους η προσέγγιση πολλαπλασιάζεται περαιτέρω αν εξετάσει κανείς και άλλες αρχαίες μαθηματικές παραδόσεις. Η Chemla ανασυγκρότησε τη μελέτη των Κινεζικών Μαθηματικών κατά τρόπον ώστε να είναι τυπική αλλά ταυτόχρονα κοινωνική και πολιτισμική. Ο Høyrup έκανε το ίδιο για τα Βαβυλωνιακά Μαθηματικά, και μπορούμε σήμερα να καταλάβουμε πολύ καλύτερα αυτό το πεδίο, ειδικότερα χάρη στο έργο της Robson. Κάποτε, οι ομοιότητες μεταξύ Ελληνικών και Βαβυλωνιακών Μαθηματικών χρησιμοποιούνταν ως κομβικό παράδειγμα για την εξω-ιστορική συνέχεια του αντικείμενου. Σήμερα κατανοούμε τα Βαβυλωνιακά Μαθηματικά ως συγκεκριμένο φαινόμενο που αφορούσε την εκπαίδευση και τη διοίκηση, πέρα από επιφανειακές ομοιότητες που σχετίζονται με την ανάπτυξη των Ελληνικών Μαθηματικών. Τα Ελληνικά Μαθηματικά –το αντικείμενο αυτού του βιβλίου– σηματοδότησαν πράγματι μια νέα αρχή.

Οι Έλληνες μαθηματικοί ανακάλυψαν μια συγκεκριμένη πρακτική και ένα συγκεκριμένο σύνολο εργαλείων, που κατέστησαν δυνατό ένα συγκεκριμένο έργο: τη συνεπή άσκηση της παραγωγικής απόδειξης. Αυτό θα παίξει ουσιαστικό ρόλο στην ανάδυση της δυτικής επιστήμης. Η προοπτική τής απόδειξης οδήγησε στη μαθηματοποίηση του συνόλου της επιστήμης, και εντέλει στο νευτώνειο πρόγραμμα το οποίο, με την επιτυχία του, άνοιξε τον

δρόμο για τη βιομηχανική επανάσταση και την άνοδο της Δύσης. Με την ενσωμάτωση της αμερόληπτης, αντικειμενικής αλήθειας, η ίδια η επιτυχία αυτού του εγχειρήματος το έκανε να μοιάζει σαν να μην είχε ιστορία, σαν να μην ήταν θεμελιωμένο στην πρακτική.

Κι όμως, όλα είναι θεμελιωμένα στην πρακτική. Δεν ειδικεύομαι στη σύγχρονη φιλοσοφία και πάντοτε ξαναγυρνώ σε μια πολύ στοιχειώδη δήλωση, που δεν διατυπώθηκε σε κάποιο ακαδημαϊκό πλαίσιο, αλλά σε έναν απλό επικήδειο λόγο. Όλοι θυμόμαστε τα λόγια του Ένγκελς μπροστά στον τάφο του Μαρξ: «Ο Μαρξ ανακάλυψε τον νόμο της ανάπτυξης της ανθρώπινης ιστορίας: το απλό γεγονός που μέχρι τώρα συγκάλυπτε η πληθωρικότητα της ιδεολογίας, ότι η ανθρωπότητα πρέπει πρώτα απ' όλα να φάει, να πιει, να έχει στέγη και ρουχισμό προτού στραφεί στην πολιτική, την επιστήμη, την τέχνη, τη θρησκεία κ.λπ.». Δεν ξέρω αν είμαι μαρξιστής ή όχι (οι χρήσεις του όρου είναι, πλέον, πάρα πολλές). Ένα πράγμα όμως ήταν πάντοτε ξεκάθαρο για μένα. Προτού κανείς φτάσει να βεβαιώσει την αλήθεια μιας μαθηματικής πρότασης, πρέπει πρώτα να τη διαβάσει, να την ακολουθήσει με το βλέμμα του, να τη φανταστεί να ηχεί στ' αυτιά του, να προχωρήσει στην κατασκευή της, τουλάχιστον στη φαντασία του, με τα χέρια του, να την επεξεργαστεί ολόκληρη στο μυαλό του. Τα μαθηματικά, όπως και οτιδήποτε άλλο κάνουν οι άνθρωποι, απαιτεί εργασία. Αυτό δεν θα έπρεπε καν να τίθεται σε αμφισβήτηση, κι όμως διαρκώς χρειάζεται να μας υπενθυμίζουν αυτή τη βασική αλήθεια: έτσι, το βιβλίο μου επιχειρεί να αποτελέσει μια συμβολή προς αυτή την κατεύθυνση. Τώρα είναι στα χέρια σας, για να δουλέψετε μ' αυτό.

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Carman, C. C. (2018): «Accounting for overspecification and indifference to visual accuracy in manuscript diagrams: A tentative explanation based on transmission». *Historia Mathematica* 45, σ. 217-236.
- Manders, K. (2008): «The Euclidean Diagram (1995)». Περιέχεται στο *The Philosophy of Mathematical Practice*, επιμ. P. Mancosu, σ. 80-133. Oxford: Oxford University Press.
- Netz, R. (2004a): *The Works of Archimedes*, vol. 1: *The Two Books On the Sphere and the Cylinder*. Cambridge, Cambridge University Press.

- Netz, R. (2004b): *The Transformation of Mathematics in the Early Mediterranean World: From Problems to Equations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Netz, R. (2009): *Lucid Proof*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Novaes, C. D. (2012): *Formal Languages in Logic: A Philosophical and Cognitive Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Saito, K., Sidoli N. (2012): «Diagrams and arguments in ancient Greek Mathematics». Περιέχεται στο *The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions*, επιμ. Κ. Chemla, σ. 135-162. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wagner, R. (2017): *Making and Breaking Mathematical Sense: Histories and Philosophies of Mathematical Practice*. Princeton and Oxford: Princeton University Press.