



## Οι μέρες σας είναι αριθμημένες

**Π**ΡΟΣΠΑΘΗΣΤΕ ΝΑ ΦΑΝΤΑΣΤΕΙΤΕ μια μέρα χωρίς αριθμούς. Δεν χρειάζεται καν ολόκληρη μέρα: απλώς προσπαθήστε να επιβιώσετε την πρώτη ώρα της μέρας χωρίς αριθμούς — δίχως ξυπνητήρι, δίχως ρολόι, δίχως ημερολόγιο, δίχως τηλεόραση και ραδιόφωνο, δίχως νέα απ' το χρηματιστήριο, δίχως αποτελέσματα στα αθλητικά των εφημερίδων, δίχως τραπεζικό λογαριασμό για τις δουλειές σας. Εδώ που τα λέμε, δεν θα είναι καν σαφές πού θα βρίσκεστε όταν ξυπνήσετε, αφού χωρίς αριθμούς ούτε οι σύγχρονες κατοικίες θα υπήρχαν.

Δεν υπάρχει καμιά αμφιβολία ότι η ζωή μας εξαρτάται απόλυτα από τους αριθμούς. Μπορεί εσείς να μην είσαστε «μαθηματικό κεφάλι», όμως σίγουρα τα μαθηματικά περνούν οπωσδήποτε απ' το κεφάλι σας. Τα περισσότερα πράγματα που κάνετε κάθε μέρα εξαρτώνται και ρυθμίζονται από αριθμούς. Κάποιοι απ' αυτούς, όπως στις περιπτώσεις που αναφέραμε παραπάνω, είναι ολοφάνεροι: άλλοι κυβερνούν τη ζωή μας απ' το παρασκήνιο. Ο βαθμός εξάρτησης της σύγχρονης κοινωνίας από αριθμούς που δεν τους βλέπουμε φάνηκε ξεκάθαρα στην παγκόσμια οικονομική κρίση του 2008, όταν η υπερβολική εμπιστοσύνη στα προχωρημένα μαθηματικά που

χρησιμοποιούνταν για να προβλεφθεί η κατεύθυνση των προθεσμιακών και των πιστωτικών αγορών οδήγησε σε συνολική κατάρρευση του παγκόσμιου χρηματοοικονομικού συστήματος.

Πώς κατορθώσαμε —ως είδος και ως κοινωνία— να εξοικειωθούμε αλλά και να αποκτήσουμε αυτή την απόλυτη εξάρτηση από τούτες τις αφηρημένες έννοιες που επινόησαν οι πρόγονοί μας πριν από μερικές χιλιάδες χρόνια; Ως μαθηματικό, η ερώτηση αυτή με προβληματίζει από καιρό· όμως στο μεγαλύτερο μέρος της πανεπιστημιακής μου σταδιοδρομίας η πίεση για ν' ανακαλύψουμε νέες μαθηματικές έννοιες και να διδάξουμε μαθηματικά σε διαδοχικές γενιές σπουδαστών δεν μου άφηναν αρκετό χρόνο για ν' αναζητήσω την απάντηση. Βέβαια, καθώς τα χρόνια περνούσαν, έπρεπε να συμβιβαστώ με το γεγονός ότι οι ικανότητές μου για πρωτότυπη μαθηματική σκέψη σιγά σιγά ξεφτούσαν — είναι μια διαδικασία που στους πιο πολλούς μαθηματικούς αρχίζει γύρω στα 40 (και που τοποθετεί τα μαθηματικά στην ίδια κατηγορία με τις αθλητικές επιδόσεις). Έτσι άρχισα κι εγώ ν' αφιερώνω πιο πολύ χρόνο στη μελέτη της προέλευσης των μαθηματικών, θέμα που λατρεύω με πάθος από τότε που, γύρω στα 16 μου, σταμάτησα να τα θεωρώ «βαρετά» κι άρχισα να τα βρίσκω «απίστευτα όμορφα».

Ήταν εύκολο ν' ανιχνεύσω την ιστορία των αριθμών, τουλάχιστον στο μεγαλύτερο μέρος της. Στο δεύτερο μισό της πρώτης μ.Χ. χιλιετίας είχε ήδη εμφανιστεί το σύστημα που χρησιμοποιούμε σήμερα για να γράφουμε αριθμούς και να κάνουμε πράξεις: η απεικόνιση οποιουδήποτε αριθμού με τη χρήση μόνο των δέκα ψηφίων 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 και η πρόσθεση, η αφαίρεση, ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεσή τους με τις διαδικασίες που

διδασκόμαστε όλοι στη βασική εκπαίδευση. (Στήλη μονάδων, στήλη δεκάδων, στήλη εκατοντάδων, κρατούμενο κ.λπ.) Αυτός ο τόσο οικείος τρόπος να γράφουμε αριθμούς και να κάνουμε πράξεις είναι σήμερα γνωστός ως «ινδοαραβικό σύστημα», ονομασία που αντανακλά την ιστορία του.

Πριν από τον 13ο αιώνα όμως, οι μοναδικοί Ευρωπαίοι που γνώριζαν τούτο το σύστημα ήταν κυρίως λόγιοι που το χρησιμοποιούσαν αποκλειστικά για τις μαθηματικές τους μελέτες. Οι έμποροι κατέγραφαν αριθμητικά δεδομένα χρησιμοποιώντας λατινικούς αριθμούς κι έκαναν πράξεις είτε με μια αρκετά περίτεχνη και ευρύτατα διαδομένη τεχνική των δαχτύλων είτε με μηχανικά αριθμητήρια (πλάκες που τις ονόμαζαν «άβακες»). Αυτή η κατάσταση άρχισε ν' αλλάζει μετά το 1202, όταν ένας νεαρός Ιταλός, ο Λεονάρντο από την Πίζα —τον οποίο ύστερα από αιώνες κάποιος ιστορικός θα τον βάφτιζε «Φιμπονάτσο»— ολοκλήρωσε το πρώτο δυτικό βιβλίο αριθμητικής για γενική χρήση, το *Liber abbaci* («βιβλίο των υπολογισμών»), όπου εξηγούσε τις νέες μεθόδους με τρόπο απλό ώστε να τις κατανοεί ο καθένας (έμποροι, επιχειρηματίες, αλλά και μαθητούδια).<sup>1</sup> Μολονότι μπορούμε να διακρίνουμε κι άλλες επιδράσεις, η επίδραση του Λεονάρντο μέσω του *Liber abbaci* ήταν μακράν η σημαντικότερη και επηρέασε την ανάπτυξη της σύγχρονης Δυτικής Ευρώπης.

Ο Λεονάρντο γνώρισε το ινδοαραβικό αριθμητικό σύστημα, και τα υπόλοιπα μαθηματικά που είχαν αναπτύξει οι ινδοί και οι άραβες\* μαθηματικοί, νεαρός ακόμα,

---

\* Οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται τη λέξη «Άραβας» με διαφορετικούς τρόπους. Στο βιβλίο που κρατάτε, τη χρησιμοποιώ με την επιστημονικά αποδεκτή έννοια των ανθρώπων που έχουν κύρια επαγγελματική

όταν πήγε να συναντήσει τον πατέρα του στο λιμάνι της Μπουτζία (σημερινή Μπετζάγια της Αλγερίας), στα παράλια της Βόρειας Αφρικής, γύρω στο 1185. Ο πατέρας του Λεονάρντο είχε μετακομίσει εκεί από την Πίζα για να δουλέψει ως εμπορικός αντιπρόσωπος και αξιωματούχος του τελωνείου. Πολλά χρόνια αργότερα, το βιβλίο του Λεονάρντο δεν θ' αποτελούσε μόνο τη γέφυρα που θα επέτρεπε στα σύγχρονα αριθμητικά να διασχίσουν τη Μεσόγειο, αλλά θα γεφύρωνε και τις μαθηματικές κοινότητες του αραβικού και του ευρωπαϊκού κόσμου, διδάσκοντας στη Δύση τον αλγεβρικό τρόπο σκέψης που αποτελεί τη βάση της σύγχρονης επιστήμης και μηχανικής (αν και χωρίς τη γνωστή σε όλους μας συμβολική σημειογραφία της άλγεβρας, που εμφανίστηκε πολύ αργότερα).

Το επίτευγμα του Λεονάρντο ήταν τόσο επαναστατικό όσο κι εκείνο των πρωτοπόρων στο πεδίο των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών. Τη δεκαετία του 1980 οι άνθρωποι αυτοί πήραν τους υπολογιστές απ' τη μικρή ομάδα «κομπιουτεράδων» που μονοπωλούσαν τη χρήση τους και τους έκαναν εύχρηστους και προσιτούς στον καθένα μας. Όπως συμβαίνει και με τους πρωτόπορους της εποχής μας, τα περισσότερα εύσημα για την επινόηση και την ανάπτυξη των μεθόδων που περιέγραψε ο Λεονάρντο στο *Liber abbaci* πήγαν σε άλλους, ιδίως σε

---

ή πολιτιστική γλώσσα τα αραβικά — όπως όταν λέμε «Έλληνες» και εννοούμε ανθρώπους που είχαν κύρια πολιτιστική γλώσσα τους τα ελληνικά. Με την έννοια αυτή, ο όρος «Αραβας» συμπεριλαμβάνει ανθρώπους με διαφορετική εθνική καταγωγή, κυρίως — αλλά όχι αποκλειστικά — μουσουλμάνους. Παρομοίως, όταν γράφω για «μουσουλμάνους λογίους», αναφέρομαι σ' εκείνους που έζησαν και δούλεψαν στο πλαίσιο του μουσουλμανικού πολιτισμού, ανεξάρτητα από τη φυλή, την εθνική καταγωγή ή τη θρησκευτική τους πίστη.

ινδούς και άραβες λογίους που έδρασαν στη διάρκεια πολλών αιώνων. Στον Λεονάρντο έλαχε ο κλήρος να συγκεντρώσει και να διαδώσει τις νέες μεθόδους στον κόσμο.

Η εμφάνιση του βιβλίου του Λεονάρντο δεν προλείανε μόνο το έδαφος για την ανάπτυξη της σύγχρονης (συμβολικής) άλγεβρας, άρα και των σύγχρονων μαθηματικών, αλλά υπήρξε επίσης η αφετηρία του σύγχρονου χρηματοπιστωτικού συστήματος και της επιχειρηματικής δράσης που βασίζεται σε εξελεγμένες μεθόδους τραπεζικής. Λόγου χάρη, ο καθηγητής Ουίλλιαμ Ν. Γκούτζμαν της Σχολής Μάνατζμεντ του Πανεπιστημίου Γέιλ, ειδικός στα οικονομικά και τα χρηματοπιστωτικά, θεωρεί ότι ο Λεονάρντο ήταν ο πρώτος που ανέπτυξε μια πρωτόγονη μορφή της ανάλυσης παρούσας αξίας, μιας μεθόδου που μας επιτρέπει να συγκρίνουμε την οικονομική αξία πληρωμών που γίνονται σε διαφορετικό χρόνο, κατά την οποία υπολογίζεται η χρονική αξία του χρήματος. Η μαθηματική αναγωγή όλων των ταμειακών ροών στο ίδιο χρονικό σημείο επιτρέπει στον επενδυτή ν' αποφασίσει ποια είναι η καλύτερη, ενώ η σύγχρονη εκδοχή του κριτηρίου της παρούσας αξίας, την οποία ανέπτυξε ο οικονομολόγος Ίρβινγκ Φίσερ το 1930, χρησιμοποιείται σήμερα απ' όλες ουσιαστικά τις μεγάλες εταιρείες κατά την κατάρτιση του κεφαλαιακού προϋπολογισμού τους.<sup>2</sup>

ΤΟ ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΚΟΜΜΑΤΙ της ιστορίας των αριθμών που μας έλειπε ήταν η βιογραφία του ίδιου του Λεονάρντο και, πέρα από κάποια λιγοστά ειδικά άρθρα, η περιγραφή της φύσης του βιβλίου του. Η ιστορία τον είχε υποβιβάσει σε μια απλή υποσημείωση. Σήμερα, μάλιστα, το όνομά του είναι γνωστό από τους αριθμούς Φιμπονάτσι, μια αριθμητική ακολουθία που παρουσιάζεται στη λύση του

προβλήματος των κουνελιών.<sup>3</sup> Πρόκειται για μία από τις ευφάνταστες προκλήσεις που είχε συμπεριλάβει ο Λεονάρντο στο *Liber abbaci* για να σπάσει τη μονοτονία των εκατοντάδων πρακτικών προβλημάτων που κατακλύζουν το βιβλίο.

Ένας πιθανός λόγος που ο Λεονάρντο έμεινε παραγνωρισμένος συγκριτικά με πρόσωπα ανάλογου βεληνεκούς όπως ο Κοπέρνικος, ο Γαλιλαίος και ο Κέπλερ ίσως ήταν ότι η έννοια της επιστήμης μοιάζει στους περισσότερους ανθρώπους ότι είναι ταγμένη να υπηρετεί πολύ υψηλότερους στόχους απ' ό,τι τα απλά μαθηματικά.

Ένας άλλος λόγος για τον οποίο γενιές ολόκληρες αγνόησαν τον Λεονάρντο είναι ότι η διδασκαλία της σύγχρονης αριθμητικής άλλαξε την κοινωνία τόσο πολύ και με τέτοια ορμή, ώστε μέσα σε λίγες γενιές ο κόσμος να τα θεωρεί όλ' αυτά δεδομένα. Δεν αναγνωρίστηκε το μέγεθος της επανάστασης που μετέτρεψε το σχεδόν κρυφό αντικείμενο ενδιαφέροντος κάποιων λογίων σε καθημερινό πνευματικό εργαλείο. Σε σύγκριση με τα συμπεράσματα του Κοπέρνικου για τη θέση της Γης στο ηλιακό μας σύστημα και την αξιοποίηση των νόμων του εκκρεμούς από τον Γαλιλαίο για τη μέτρηση του χρόνου, το κατόρθωμα του Λεονάρντο —το ότι έδειξε στους ανθρώπους πώς να πολλαπλασιάζουν π.χ. το 193 με το 27— φαντάζει ελάχιστα συναρπαστικό.

Στην ουσιαστική απάλειψη του Λεονάρντο απ' τη συλλογική μνήμη δεν υπάρχει αμφιβολία ότι συνέβαλαν άλλοι δύο παράγοντες. Κατ' αρχάς, υπήρχαν πολύ λίγα καταγραμμένα στοιχεία για τη ζωή του, κάτι που δεν ευνοούσε τη συγγραφή βιογραφιών. Επιπλέον, ο Λεονάρντο μάλλον ήταν ο άνθρωπος που διέδωσε τη σύγχρονη αριθμητική παρά εκείνος που την επινόησε. Οι πρόοδοι των

μαθηματικών που περιέγραψε στο *Liber abacci* ήταν επιτεύγματα άλλων, ενώ βιβλία που περιέγραφαν τις ίδιες μαθηματικές έννοιες είχαν γραφτεί κι από άλλους. Στον κόσμο της επιστημονικής βιογραφίας, η δόξα στεφανώνει συνήθως τον εφευρέτη. Οι εφευρέσεις όμως — μια ιδέα, μια θεωρία, μια μέθοδος, μια τεχνολογία — πρέπει να γίνουν γνωστές και να φτάσουν στο ευρύτερο κοινό. Ο προσωπικός υπολογιστής στον οποίο γράφω τούτες τις λέξεις, με τα οικεία σε όλους πια παράθυρα και τον κέρσορα που τον ελέγχει, το ποντίκι, υπήρξε εφεύρεση μιας λαμπρής ερευνητικής ομάδας στο Ινστιτούτο Ερευνών του Στάνφορντ και στο Κέντρο Ερευνών της Xerox στο Πάλο Άλτο της Καλιφόρνιας κατά τη δεκαετία του 1970· έφτασε όμως στα χέρια του καθενός μας χάρη σε λίγους πρωτοπόρους επιχειρηματίες. Δεν χωρά αμφιβολία ότι η επανάσταση των προσωπικών υπολογιστών θα είχε συμβεί έτσι κι αλλιώς, όπως θα είχαμε μάθει πώς κινούνται οι πλανήτες, ακόμη κι αν δεν είχε γεννηθεί ο Κέπλερ, και θα γνωρίζαμε τη βαρύτητα, ακόμη και χωρίς τον Νεύτωνα. Ωστόσο, κατά τον ίδιο τρόπο που άνθρωποι όπως ο Στηβ Τζομπς της Apple και ο Μπιλ Γκέιτς της Microsoft θα συνδέονται πάντα με τη διάδοση των προσωπικών υπολογιστών, έτσι θα πρέπει να συνδέεται κι ο Λεονάρντο με τη διάδοση της σύγχρονης αριθμητικής.

ΑΥΤΑ ΠΟΥ ΠΡΟΣΘΕΣΕ Ο Λεονάρντο στα μαθηματικά, και τα οποία έμαθε στην Μπουτζία και στα άλλα ταξίδια του στη Βόρεια Αφρική, ήταν η συστηματική οργάνωση της ύλης, η εκτενής κάλυψη όλων των γνωστών μεθόδων και η αξιοπρόσεκτη επικοινωνιακή δεξιότητά του στην παρουσίαση του υλικού με τρόπο κατανοητό (και ελκυστικό) για τους εμπόρους, για τους οποίους ολοφάνερα έγραψε

το *Liber abbaci*. Αναμφισβήτητα, ήταν εξαιρετικά ικανός μαθηματικός —για να λέμε την αλήθεια, ήταν ένας από τους σημαντικότερους μαθηματικούς του Μεσαίωνα— αλλά μονάχα στα γραπτά που δημοσίευσε μετά την πρώτη έκδοση του *Liber abbaci*, το 1202, απέδειξε πέρα από κάθε αμφιβολία τη δική του μαθηματική δεινότητα.

Μετά την κυκλοφορία του *Liber abbaci*, η διδασκαλία της αριθμητικής έγινε εξαιρετικά δημοφιλής σε όλη την Ιταλία και στους τρεις αιώνες που ακολούθησαν γράφτηκαν ίσως πάνω από χίλια εγχειρίδια. Επιπλέον, η έκδοση του βιβλίου και ορισμένων άλλων έργων του έκαναν τον Λεονάρντο διάσημο σε όλη την Ιταλία, ενώ ακόμα κι ο αυτοκράτορας Φρειδερίκος Β΄ της Αγίας Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας τον δέχτηκε σε ακρόαση. Καθώς τα γραπτά του μαθηματικού απ' την Πίζα συνέχιζαν να κυκλοφορούν στη Φλωρεντία τον 14ο αιώνα, μαζί με σχόλια γι' αυτά, ξέρουμε ότι η πνευματική του κληρονομιά επέζησε πολύ μετά τον θάνατό του. Όμως ξαφνικά το όνομα του Λεονάρντο δείχνει να ξεθωριάζει. Αιτία ήταν η εφεύρεση της τυπογραφίας με κινητά στοιχεία, στα μέσα του 15ου αιώνα.

Με δεδομένη την ταχύτατη αποδοχή της νέας αριθμητικής από τον ιταλικό εμπορικό κόσμο, δεν μας εκπλήσσει ότι το πρώτο βιβλίο μαθηματικών που τυπώθηκε στην Ιταλία ήταν ένα εγχειρίδιο πενήντα δύο σελίδων περί εμπορικής αριθμητικής. Πρόκειται για ένα άτιτλο έργο ανώνυμου συγγραφέα, γνωστό σήμερα ως *Aritmetica di Treviso* («Αριθμητική του Τρεβίζο»), από το όνομα της μικρής πόλης κοντά στη Βενετία όπου τυπώθηκε, στις 10 Δεκεμβρίου 1478. Λίγο αργότερα, ο Πιέρο Μπόργκι δημοσίευσε ένα μεγαλύτερο κι εκτενέστερο βιβλίο αριθμητικής, που εκδόθηκε στη Βενετία το 1484 και έγινε



πραγματικό μπεςτ σέλερ, γνωρίζοντας 15 ανατυπώσεις: δύο πριν από την αλλαγή του αιώνα και την τελευταία το 1564. Ένα άλλο εισαγωγικό βιβλίο έγραψε ο Φίλιππο Καλάντρι, με τίτλο *Pitagora aritmetice introductor* («Εισαγωγή στην αριθμητική του Πυθαγόρα»), που εκδόθηκε στη Φλωρεντία το 1491, ενώ σύντομα τυπώθηκε κι ένα χειρόγραφο που είχε γράψει το 1463 ο δάσκαλος του Λεονάρντο ντα Βίντσι, ο Βενέδικτος (Μπενεντέττο) της Φλωρεντίας, με τίτλο *Trattato d'abacho* («Πραγματεία περί του άμπακου»). Σύντομα, πολλά άλλα βιβλία ακολούθησαν τα πρώτα εκείνα εγχειρίδια αριθμητικής.

Μολονότι το *Liber abbaci* θεωρούνταν εν γένει η αρχική πηγή, αν όχι όλων, τουλάχιστον των περισσότερων έντυπων εγχειριδίων αριθμητικής, μόνο ένα απ' αυτά αναφέρει τον Λεονάρντο.<sup>4</sup> Ο Λούκα Πατσιόλι, του οποίου το βιβλίο *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità* («Άπαντα τα γνωστά περί αριθμητικής, γεωμετρίας, αναλογιών και αναλογιότητας») έχαιρε μεγάλης υπόληψης και είχε τυπωθεί στη Βενετία το 1494, ανέφερε τον Λεονάρντο μεταξύ των πηγών του, δηλώνοντας: «Καθώς ακολουθούμε κυρίως τον Λεονάρντο Πιζάνο, επιθυμώ να διασαφηνίσω τώρα ότι κάθε διατύπωση που αναφέρεται χωρίς το όνομα του συγγραφέα πρέπει να αποδίδεται στον Λεονάρντο».

Η γενικευμένη απουσία αναφορών δεν ήταν κάτι το ασυνήθιστο: η αναφορά πηγών έγινε συνήθης πρακτική πολύ αργότερα και οι συγγραφείς συχνά αντέγραφαν ολόκληρες ενότητες από άλλους χωρίς καμιά μνεία των πηγών. Αν δεν υπήρχε η μία και μοναδική αναφορά του Πατσιόλι, οι μελλοντικοί ιστορικοί μπορεί να μην είχαν μάθει ποτέ για τον καίριο ρόλο του μεγάλου Πιζανού στη γέννηση του σύγχρονου κόσμου. Όμως η αναφορά του

Πατσιόλι δεν ήταν τίποτα περισσότερο από ένα νεύμα προς την ιστορία, καθώς η μελέτη ολόκληρου του κειμένου του δείχνει πως ο συγγραφέας δεν έχει αντιγράψει από το ίδιο το *Liber abbaci*, αλλά από πηγές πιο κοντινές στη δική του εποχή. Δεν υπάρχει καμία ένδειξη ότι είχε δει ποτέ του αντίτυπο του βιβλίου, και φυσικά ούτε ότι το είχε διαβάσει. Η αναφορά στον Λεονάρντο αντανακλά το γεγονός ότι την εποχή του Πατσιόλι θεωρούσαν πως ο Λεονάρντο είναι η μεγάλη αυθεντία και το πρωτότυπο βιβλίο του η πρωταρχική πηγή όλων των άλλων.

Παρά τη μεγάλη ζήτηση για εγχειρίδια μαθηματικών, το ίδιο το *Liber abbaci* παρέμεινε σε μορφή χειρογράφου επί αιώνες, με αποτέλεσμα να έχουν πρόσβαση σ' αυτό ελάχιστα ιδιαίτερα αφοσιωμένοι μελετητές.<sup>5</sup> Δεν ήταν μόνο γραμμένο με πολύ πιο επιστημονικό τρόπο και άρα ήταν πιο δυσνόητο από πολλά άλλα έργα — ήταν και εκτενέστατο. Με τον καιρό ξεχάστηκε, καθώς ο κόσμος στρεφόταν σε πιο σύντομα, πιο απλά και πιο πρακτικά κείμενα. Εκείνη η μία αναφορά στο *Summa* του Πατσιόλι παρέμεινε η μοναδική ένδειξη για τον κεντρικό ρόλο του Λεονάρντο στη θεαματική ανάπτυξη της αριθμητικής.<sup>6</sup> Η αναφορά πέρασε απαρατήρητη μέχρι τα τέλη του 18ου αιώνα, όταν ο ιταλός μαθηματικός Πιέτρο Κοσσάλι (1748-1815) την πρόσεξε καθώς μελετούσε το *Summa* στη διάρκεια της έρευνας για το βιβλίο του *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'algebra* («Προέλευση, μεταφορά στην Ιταλία και πρώτες προόδους της άλγεβρας εκεί»)<sup>7</sup> Παραξενεμένος από τη σύντομη αναφορά του Πατσιόλι στον «Λεονάρντο Πιζάνο», ο Κοσσάλι άρχισε ν' αναζητά τα χειρόγραφα του πιζανού μαθηματικού και σύντομα αναγνώρισε χάρη σ' αυτά τη σημαντική συνεισφορά του Λεονάρντο.

Στο βιβλίο του, που κυκλοφόρησε σε δύο τόμους το 1797 και το 1799, και για το οποίο πολλοί λένε ότι υπήρξε το πρώτο βιβλίο που γράφτηκε στην Ιταλία από έναν πραγματικό επαγγελματία για την ιστορία των μαθηματικών, ο Κοσσάλι κατέληγε στο συμπέρασμα ότι το *Liber abbasci* αποτέλεσε την κύρια πύλη εισόδου στην Ιταλία της σύγχρονης αριθμητικής και της άλγεβρας, κι ότι οι νέες μέθοδοι εξαπλώθηκαν αρχικά από την πατρίδα του Λεονάρντο, την Πίζα, μέσω της Τοσκάνης (και ιδιαίτερα, της Φλωρεντίας), στην υπόλοιπη Ιταλία (κυρίως στη Βενετία), απ' όπου τελικά διαδόθηκαν σ' ολόκληρη την Ευρώπη.<sup>8</sup> Έτσι, ο Λεονάρντο Πιζάνο, διάσημος όσο ζούσε αλλά εντελώς λησμονημένος αργότερα, έγινε και πάλι γνωστός. Η παρακαταθήκη του, ωστόσο, είχε πράγματι κινδυνέψει να χαθεί οριστικά.

Η απουσία βιογραφικών στοιχείων καθιστά αδύνατη την περιγραφή της ζωής του Λεονάρντο σε ένα χρονικό. Πού και πότε ακριβώς γεννήθηκε; Πού και πότε πέθανε; Παντρεύτηκε, έκανε παιδιά; Ποια ήταν η όψη του; (Το σκίτσο του Λεονάρντο που θα βρείτε σε διάφορα βιβλία και το άγαλμά του στην Πίζα στηρίζονται μάλλον στην καλλιτεχνική φαντασία, καθώς δεν υπάρχουν αποδείξεις ότι έχουν βασιστεί στην πραγματικότητα.) Με τι άλλο ασχολήθηκε πέρα απ' τα μαθηματικά; Όλες αυτές οι ερωτήσεις μένουν αναπάντητες. Από ένα νομικό έγγραφο γνωρίζουμε ότι ο πατέρας του ονομαζόταν Γκουιλιέλμος, δηλαδή «Γουλιέλμος» (υπήρχε και η πιο συνηθισμένη παραλλαγή «Γκουιλιέμο») κι ότι είχε έναν αδελφό που ονομαζόταν Μπονάτσινγκχους. Από τα γραπτά τεκμήρια που ενδέχεται να υπήρχαν για τη φήμη και την αναγνώριση του Λεονάρντο στην Ιταλία την εποχή εκείνη δεν σώζεται κανένα.

Επομένως, ένα βιβλίο για τον Λεονάρντο πρέπει να επικεντρωθεί στη μεγάλη συμβολή του και την πνευματική κληρονομιά που άφησε πίσω του. Έχοντας καταλάβει ότι οι αριθμοί — και κυρίως οι ιδιαίτερα αποτελεσματικοί τρόποι υπολογισμού με αυτούς— θα μπορούσαν ν' αλλάξουν τον κόσμο, κατόρθωσε να φέρει αυτή την αλλαγή σε μια εποχή που η Ευρώπη ήταν έτοιμη για σημαντική πρόοδο στις επιστήμες, στην τεχνολογία και στις εμπορικές εφαρμογές. Με το *Liber abbaci* έδειξε ότι ένας αφηρημένος συμβολισμός και μια συλλογή από φαινομενικά δυσνόητες διαδικασίες χειρισμού αυτών των συμβόλων είχαν τεράστιες πρακτικές εφαρμογές.

Οι εξακόσιες σελίδες του βιβλίου που έγραψε ο Λεονάρντο για να εξηγήσει τούτες τις έννοιες είναι η γέφυρα που τον συνδέει με το σήμερα. Μπορεί να μη διαθέτουμε αναλυτικά ιστορικά αρχεία για τον άνθρωπο Λεονάρντο, έχουμε όμως τις λέξεις και τις ιδέες του. Όπως μπορούμε να καταλάβουμε τους μεγάλους συγγραφείς απ' τα βιβλία τους και τους εμπνευσμένους συνθέτες απ' τη μουσική τους —ιδίως αν γνωρίζουμε και τις περιστάσεις υπό τις οποίες δημιούργησαν το έργο τους—, έτσι μπορούμε να κατανοήσουμε και τον Λεονάρντο απ' την Πίζα. Ξέρουμε πώς ήταν η καθημερινότητα στην εποχή που έζησε. Μπορούμε να σχηματίσουμε μια εικόνα για τον κόσμο όπου μεγάλωσε και για τις επιρροές που διαμόρφωσαν τις ιδέες του. (Σ' αυτό μας βοηθάει και το γεγονός ότι πολλοί δρόμοι και κτίρια της Πίζας του 13ου αιώνα έχουν επιβιώσει σχεδόν ανέγγιχτα μέχρι τις μέρες μας.) Επίσης ξέρουμε πώς χρησιμοποιούνταν οι αριθμοί πριν από την εμφάνιση του *Liber abbaci*, αλλά και ότι το βιβλίο άλλαξε για πάντα τον τρόπο με τον οποίο τους χρησιμοποιούμε.